Série A, N° 3928
N° d'ordre
4779

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Vincent GILLET

PREMIÈRE THÈSE

Théorie des spectres des noyaux à couches complètes

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 04 JUIN 1962 devant la Commission d'Examen.

Mme TONNELAT		*Président*
Mme BENOIT M. P. LEHMANN	}	Examinateurs
M. C. BLOCH		Invité

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

QUANTIFICATION DU FLUX MAGNETIQUE DANS LES SUPERCONDUCTEURS

Vu et approuvé :
Paris, le 28 mai 1962
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris,
Jean ROCHE

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen ..... M. ZAMANSKY

C. JULIA	T	Anal. supér. et Algèbre supér.
DE BROGLIE	T	Théories physiques
PRENANT	T	Anatomie et histolog. comparées
GRASSÉ	T	Evolution des êtres organisés
PREVOST	T	Chimie organique
CHAUDRON	T	Chimie appliquée
WYART	T	Minéralog. et Cristal.
TEISSIER	T	Zoologie
MANGENOT	T	Biol. Végét. (Orsay)
AUGER	T	Phys. quant. et Relativité
MONNIER	T	Physiolog. générale
PIVETEAU	T	Paléontologie
ROCARD	T	Physique (E. N. S.)
CARTAN	T	Mathématiques (ENS)
LAFFITTE	T	Chimie générale
FAVARD	T	Géométrie supérieure
COULOMB	T	Physique du globe
Melle COUSIN	T	Biolog. anim. (SPCN)
CHRETIEN	T	Chimie minérale
DRACH	T	Zoologie
KASTLER	T	Physique (E. N. S.)
EPHRUSSI	T	Génétique
RIVIERE	T	Géologie S. P. C. N. et sédim.
GAUTHERET	T	Biologie vég. (PCB)
LUCAS R.	T	Recherches Physiques
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire
ARNULF	T	Optique appliquée
MORAND	T	Physique enseignem.
SOLEILLET	T	Physique (P. C. B.)
FORTIER	T	Mécanique exp. des fluides
DANJON	T	Astronomie
PETIT	T	Biologie maritime
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosph.
GALLIEN	T	Embryologie
EICHHORN	T	Botanique
DE CUGNAC	T	Biolog. vég. (SPCN)
Mle CAUCHOIS	T	Chimie Physique
THELLIER	T	Physique du globe
L'HERITIER	T	Biol. gén. (Orsay)
GRIVET	T	Radioélectr. (Orsay)
PONCIN	T	Mécanique générale
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres
QUELET	T	Chimie organique
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T	Chimie macromolécul.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie
JUNG	T	Pétrographie
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique
WIEMANN	T	Chim. organ. et struc.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et phys. céleste (Orsay)
VASSY	T	Phys. de l'atmosph.
DESTOUCHES	T	Théories physiques
AMIEL	T	Chimie générale
HOCART	T	Minéralog. Cristallog.
MATHIEU	JP T	Physique (Optique)
COUTEAUX	T	Biolog. anim. (PCB)
MAY	T	Zoologie (Orsay)
CHOQUET	T	Théorie des fonct. et Topologie
FELDMANN	T	Biol. végét. marine
GUINIER	T	Physique des Solides (Orsay)
JOST	T	Physiologie comparée
FORTET	T	Calcul des probabil. et phys. mathémat.
SCHWARTZ	T	Calcul diff. et intég.
CHOUARD	T	Physiologie végétale
HOUILLON		Biologie animale
OLIVIER		Antropologie
MALAVARD	T	Aviation (technique aéronautique)
BRELOT	T	Calcul diff. et intég.
NORMANT	T	Synthèse organ. gén.
BENARD	T	Chimie Minérale
BUVAT	T	Botanique (ENS)
DUGUE	T	Statist. Mathémat.
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie
ULRICH	T	Physiologie végét.
MARECHAL	T	Optique théor. et appliquée
KIRRMANN	T	Théories chimiques
CHADEFAUD	T	Botanique
Mle LE BRETON	T	Physiologie de la nutrition
SALEM	T	Mathématiques générales
LELONG	T	Applic. de l'anal. à la géométrie
DEVILLERS	T	Anatomie et Histol. comparées
EHRESMANN	T	Topologie algébr.
FRANÇON	T	Physique (S. P. C. N)
GLANGEAUD	T	Géographie physique et géologie dynam.
GODEMENT	T	Mathém. (MPC)
PISOT	T	Tech. Math. de la Phys.
ROCH	T	Géologie
SCHATZMAN	T	Astrophysique
TERMIER	T	Paléont. stratig.
ZAMANSKY	T	Mathém. générales
LENNUIER	T	Physique (MGP)
RIZET	T	Génétique (Orsay)
ROUTHIER	T	Géol. appliquée
Mme TONNELAT	T	Phys. théorique
DIXMIER	T	Mathémat. (MPC)
SOUCHAY	T	Chimie générale
AIGRAIN	T	Electrotechn. gén.
BRUSSET	T	Chimie systémat.
M. LEVY	T	Phys. théor. des hautes énerg. (Orsay)
Mme CHAIX	T	Chimie biologique
Mme HUREL-PY		Biol. vég. (PCB)
PIAUX	T	Chimie (M. P. C.)
BRUN	T	Mécan. théorique des fluides
LEDERER	T	Chimie biologique
Mme DUBREIL	T	Mathém. (Agrég.)
Mme LELONG	T	Mathémat. (ENS)
BELLAIR	T	Géologie (SPCN)
COTTE	T	Physique électric.
DUBOIS J. E.	T	Chimie organique
LAMOTTE	T	Zoologie (E. N. S.)
MICHEL A.	T	Chimie Minér. (Orsay)
OLMER	T	Energétique génér.
ROUAULT	T	Electricité (Orsay)
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée
BARCHEWITZ	T	Chimie physique
BROSSEL	T	Physique atomique
BUSER		Physiologie comp.
CAMUS		Phys. vég. (BMPV)
CASTAING	T	Physique (Orsay)
CURIEN	T	Minér. et Cristal.
MOYSE	T	Physiol. vég. (Orsay)
NOIROT		Evolut. des êtres organisés
PANNETIER	T	Chim. gén. (Orsay)
POSSOMPES	T	Zoologie
PULLMANN	T	Chimie théorique
TEILLAC	T	Phys. Nucl. et Radioactivité
TONNELAT	T	Biol. physic. chim.
VILLE	T	Econométrie
WILLEMART		Chimie (P. C. B.)
DODE	T	Chimie (Orsay)
FREYMANN	T	Recherches phys.
GUINOCHET	T	Biol. vég. (Orsay)
ROLLET	T	Chimie (P. C. B.)
JULLIEN J.		Chimie P. C. B.
NOZERAN	T	Botanique II (Orsay)
Mlle JOSIEN	T	Chimie S. P. C. N.
CHEVALLEY	T	Géométrie algébr. et théor. groupes
ARNOULT	T	Electron. (Orsay)
CHAPELLE	T	Physique (Orsay)
DELANGE	T	Mathém. (Orsay)
DENY	T	Mathém. gén. Orsay
GERMAIN	T	Mécan. théorique des fluides
LUCAS G.	T	Géologie
ALLARD	T	Chimie physique
BERTHELOT	T	Phys. Fondament. des haut. énerg. (Orsay)
BRICART	T	Météor. et phys. de l'atmosphère
Mme ALBE-FESSARD		Psychophysiol.
FRIEDEL		Phys. des Sol. (Orsay)
M. JULIA		Etudes des Molécul. naturel. complexes
LENDER	T	Biol. Anim. (SPCN) Orsay
MAGAT		Phys. chim. des radioél.
Melle QUINTIN	T	Electrochimie
MONOD	T	Chimie du métabol.
BENOIT	T	Phys. anim. (Orsay)
DE POSSEL	T	Analyse numérique
CHARLOT	T	Chimie analytique
HAISSINSKY	T	Radiochimie
LEMEE	T	Physiol. vég. BMPV (Orsay)
GUERIN	T	Chimie M. P. C. (Orsay)
CHATELET M.		Chimie (P. C. B.)
JEAN	T	Phys. Nucl. (Orsay)
MATTLER	T	Physique S. P. C. N.
MICHEL L.		Phys. théor. des Htes Energ. (Orsay)
BERGERARD		Zoologie (Orsay)
BERTEIN		Electronique (Orsay)
BOUISSIERES		Chimie des Radioél. (Orsay)
Mme COUTURE		Thermodynam. et Méc. physique
ELLENBERGER		Géol. appl. s. le terr.
FRANC		Biol. anim. (PCB)
SCHNELL		Botan. trop. (Orsay)
STOLKOWSKI		Physiologie générale
ACHER		Chim. Biol. (Orsay)
BAUDOIN		Biol. anim. P. C. B.
BEAUMONT		Biol. anim. SPCN
BLAMONT		Géophys. ionosphère
BOURREAU		Botanique
CURIE D.		Physique (M. G. P.)
DURAND-DELGA		Géologie
FREON	T	Chimie organ. (Orsay)
HELLER		Physiolog. végétale
TORTRAT		Calcul des probabil.
CAILLEUX		Géologie (SPCN)
MAGNAN	T	Physique (SPCN)
DAUDEL	T	Mécan. ondul. appl. à la chimie théor. et à la phys. nucléaire
Mlle FOURCROY		Biolog. vég. (SPCN)
Mme CHOQUET-BRUHAT	T	Mécan. anal. et méc. céleste
Melle VEIL		Physiol. générale
LWOFF	T	Microbiologie
SIESTRUNCK	T	Méc. phys. et expér.
LACOMBE	T	Métal. métaux nucl.
BROCHARD	T	Phys. PCB (Orsay)
CABANNES	T	Mécanique générale
LESIEUR	T	Mathém. MPC (Orsay)
MAZET	T	Mécan. génér. (Orsay)
CAIRE		Géograph. phys. et géol. dynamique
COMOLET		Mécanique des fluides
CORABOEUF		Physiologie animale
DELLOUE		Phys. de l'exosphère
GORENFLOT		Botanique II (Orsay)
MALGRANGE		Tech. Math. de la Phys.
BLANC-LAPIERRE		Phys. ENS. (Orsay)

Secrétaire général ..... R. POULLAIN

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538127_0016

RESUME

On applique une théorie unifiée des spectres des noyaux à couches complètes, fondée sur les excitations élémentaires particule-trou de ces systèmes, à l'étude du carbone 12, de l'oxygène 16 et du calcium 40. Deux approximations sont utilisées. La première consiste à diagonaliser l'interaction résiduelle à deux corps dans un sous espace limité de configurations à une particule et un trou. Sa validité repose sur l'énergie importante exigée pour l'excitation d'une paire particule-trou. La seconde approximation consiste à resommer la sous-série infinie des diagrammes particule-trou. Elle est équivalente à la méthode de Hartree-Fock dépendante du temps ou à la méthode des Quasi-Bosons. Son domaine de validité, dans le cas nucléaire, n'est pas bien compris. Les diagrammes sommés sont prépondérants à la limite des fortes densités, alors que la densité nucléaire est de l'ordre de l'unité. La violation du Principe de Pauli, dans cette approximation, n'est justifiée que si le nombre de paires excitées est petit par rapport au nombre d'états de particule disponibles; or dans les noyaux légers les dégénérescences des couches sont petites. Néanmoins cette approximation qui postule l'existence d'un champ nucléaire moyen, lentement variable dans le temps par rapport aux périodes des nucléons a le mérite d'être self-consistante, de donner des états propres orthogonaux à l'état non physique du centre de masse et d'améliorer le calcul des règles

de somme.

Pour déterminer et limiter le rôle de la phénoménologie dans les résultats obtenus avec ces approximations on calcule un nombre maximum de faits expérimentaux. Une recherche aux moindres carrés portant sur quatorze niveaux de l'oxygène et du carbone détermine la région d'accord optimum dans l'espace des paramètres de l'interaction effective. Cette région est en partie une fonction des approximations numériques utilisées. On espère qu'elle conservera une signification avec les améliorations de la théorie. Elle est compatible avec certaines caractéristiques de la diffusion nucléon-nucléon libre. Cette recherche est en faveur de la seconde approximation qui seule conduit à une région d'accord optimum qui soit identique dans le carbone et l'oxygène. On obtient un accord général remarquablement bon avec les spectres connus de ces deux noyaux. Pour le calcium 40 on met en évidence l'importance de termes d'ordre supérieur dans le calcul des états collectifs 3^- et 5^-; par ailleurs seule l'approximation II et l'introduction des effets du champ coulombien moyen permet d'expliquer ces niveaux. Des prédictions sont faites avec les forces effectives ainsi obtenues.

INTRODUCTION

De nombreux travaux ont été consacrés ces dernières années au problème à N-corps. De grands progrès ont été accomplis chaque fois que des résultats pouvaient être obtenus analytiquement, en particulier dans les domaines de la matière nucléaire infinie, du gaz d'électrons ou de l'hélium superfluide. Par contre les applications des méthodes du problème à N-corps à l'étude des spectres d'excitation nucléaires ont été plus rares et en général elles conduisent à des résultats peu concluants. L'étude théorique des noyaux se heurte en effet à de grandes difficultés, même en faisant abstraction de la complexité de la cinématique et de l'importance de la formulation numérique. Ces difficultés proviennent du caractère semi-phénoménologique obligatoire de tout essai de description et du rôle mal défini joué par les paramètres nombreux du problème.

Les applications des méthodes du problème à N-corps aux noyaux sont nécessairement semi-phénoménologiques (A.B. Migdal [1]) car on ne sait pas résoudre le problème dans sa totalité. En faisant appel à des données expérimentales intermédiaires on perd une certaine rigueur, l'identification entre ces données et le domaine de la théorie qu'elle remplacent n'étant jamais ni très sure, ni bien définie.

La seconde difficulté provient de l'impossibilité d'introduire l'interaction vraie nucléon-nucléon dans le problème et d'en calculer les éléments de matrice sur une base de fonctions

d'onde réalistes. Le groupe de Réovoth (I. Talmi et I. Una [2]) a résolu partiellement cette difficulté par la détermination phénoménologique des éléments de matrice à partir de niveaux expérimentaux particuliers. Cette méthode, qui a obtenu de grands succès [3], n'est applicable que si les éléments de matrice sont peu nombreux et si les données expérimentales sont en nombre suffisant pour leur détermination. Dans la majorité des cas on ne peut éviter de calculer les éléments de matrice. Pour ce faire on dispose de fonctions d'onde très imparfaites, et d'une interaction à deux corps de forme généralement simplifiée dont les paramètres sont déterminés en partie par des considérations phénoménologiques extérieures au problème et en partie pour l'obtention du résultat recherché. Un certain nombre d'interactions "effectives" présentant des caractéristiques très différentes les unes des autres ont ainsi été proposées dans le passé (L. Rosenfeld [4] ; R.A. Ferrell et W.M. Visscher [5] ; J.M. Soper [6] ; D.C. Peaslee [7]). Il est en conséquence souvent difficile de faire la part dans les résultats obtenus des rôles respectifs de la théorie particulière utilisée et de la phénoménologie.

Pour tirer des conclusions significatives d'un calcul de spectroscopie nucléaire, il faut poser deux prescriptions :

a)- Le calcul doit porter sur un nombre maximum de faits expérimentaux, afin de diminuer l'importance du rôle joué par les paramètres.

b)- Les paramètres doivent être variés systématiquement dans un très large domaine pour comprendre et délimiter le rôle de la phénoménologie dans les résultats.

Nous appliquons ce programme pour tester la validité de deux approximations du problème à N-corps qui cherchent à

donner une description unifiée des niveaux collectifs, ou non, des noyaux à couches complètes à partir d'excitations élémentaires particule-trou (S. Fallieros et R.A. Ferrell [8] ; G.E. Brown et M. Bolsterli [9] ; S. Takagi [10]). Nous calculons un nombre maximum de faits expérimentaux dans le Carbone 12, l'Oxygène 16 et le Calcium 40. Une recherche aux moindres carrés portant sur de nombreux niveaux détermine la région d'accord optimum dans l'espace des paramètres de l'interaction effective. Cette région est en partie une fonction des approximations du problème ; on espère qu'elle conservera une signification avec les améliorations du traitement numérique. On obtient un accord général avec les spectres connus qui est remarquablement bon. On met en évidence l'importance des termes d'ordre supérieur dans le Calcium 40 ainsi que pour certains niveaux du Carbone 12 et de l'Oxygène 16. Des prédictions sont faites avec les forces effectives ainsi obtenues.

La première partie est consacrée à la description des méthodes d'approximation utilisées. Nous suivrons le cours de Claude Bloch [11] pour la formulation générale du problème et les séminaires de Michel Baranger [12] pour l'exposé des méthodes de Hartree-Fock.

Dans le chapitre I nous postulons l'existence d'un champ nucléaire moyen statique, et nous faisons appel à la méthode de Hartree-Fock [12] pour définir, à partir du problème initial de N-particules en interaction, la forme de l'hamiltonien de particules indépendantes et de l'interaction résiduelle. Cette dernière est traitée dans le cadre de deux approximations fondées sur la resommation de sous-séries infinies particulières du développement perturbatif en puissance de l'interaction (J. Hubbard [38]).

La première (Approximation I) consiste à diagonaliser

l'interaction dans un sous-espace restreint de configurations à un trou et une particule (J.P. Elliott et B.H. Flowers [13]). Elle est équivalente à la resommation des diagrammes à une paire particule-trou dans une méthode du type Tamm-Dancoff [9]. La seconde consiste à resommer tous les diagrammes particule-trou à un seul moment de transfert dans le développement en perturbation du propagateur particule-trou (G.E. Brown, J.A. Evans et D.J. Thouless [14])(Chapitres II et III). Elle est équivalente à la linéarisation des équations du mouvement dans une théorie de Hartree-Fock dépendante du temps (R.A. Ferrell[15] ; H. Ehrenreich et M.H. Cohen[16]), ou encore à l'approximation des quasi-bosons (K. Sawada [17] ; R. Arvieu et M. Veneroni [18] ; M. Baranger [19]). La validité de la première approximation repose sur l'existence d'une grande séparation en énergie entre les niveaux calculés et les configurations négligées. C'est le cas pour les états de parité impaire des noyaux à couches complètes [13].

L'approximation particule-trou généralisée (Approximation II) est certainement valide lorsque la première l'est ; dans ce cas en effet, elles ne diffèrent l'une de l'autre que par des termes petits. Il semble que le domaine de validité de l'approximation II soit plus grand que celui de l'approximation I, en particulier pour les niveaux collectifs [8], mais les limites précises de ce domaine dans le cas nucléaire ne sont pas très bien comprises. Dans le cadre du développement perturbatif du propagateur particule-trou l'approximation II rend compte des termes prépondérants à la limite de la densité infinie (R.A. Ferrellet J.J. Quinn [20] ; K. Sawada et Al.[21] ; D. Bohm et D.Pines[22]) Or le rapport entre la portée des forces nucléaires et les distances internucléons est de l'ordre de l'unité. Par ailleurs le point de vue de la méthode des quasi-bosons montre que la violation du principe de Pauli, dans cette approximation, est

justifiée seulement si le nombre de paires excitées est petit par rapport au nombre d'états de particules disponibles ; le nombre moyen de paires excitées n'est pas connu mais les dégénérescences des couches des noyaux légers sont faibles. Néanmoins l'approximation particule-trou généralisée présente plusieurs avantages : elle est simple, elle rend compte de la self-consistance de façon naturelle [12], elle élimine le mélange des états avec la composante dipolaire non physique du centre de masse [20,24] (D.J. Thouless [23]), elle améliore les règles de somme calculées De plus son hypothèse fondamentale, l'existence d'un champ self-consistant lentement variable avec le temps, n'est autre que le postulat adiabatique du Modele Unifié, qui a été largement vérifié par la systématique des spectres nucléaires de basse énergie [12].

La seconde partie est consacrée à l'application de ces méthodes aux spectres du Carbone 12, de l'Oxygène 16 et du Calcium 40. Ces noyaux ont déjà fait l'objet de travaux utilisant des approximations similaires. N. Vinh Mau et G.E. Brown [43] ont étudié les niveaux T = 1 de ^{12}C. Le travail classique de J.P. Elliott et B.H. Flowers [13] sur les états impairs de l'Oxygène 16 a été le premier succès de l'approximation I. Ce noyau a également été étudié entre autres par R.A. Ferrel et W.M. Visscher [5], S. Fallieros et R.A. Ferrell [8], S. Fallieros [24] pour les états 0^+ et 2^+, ainsi que par G.E. Brown, J.A. Evans et D.J. Thouless [14], G.E. Brown, L. Castillejo et J.A. Evans [30], J. Sawicki et T. Soda [28] pour les états dipolaires et octupolaires. La résonance géante du Calcium 40 a été étudiée par V.V. Balashov, V.G. Shevchenko et N.P. Yudin [44] et l'état octupolaire dans le travail de G.E. Brown et al. [30]. Le traitement appliqué ici à ces noyaux diffère des travaux antérieurs par

plusieurs points. Le rôle de la phénoménologie n'a été que très partiellement discuté par les auteurs cités [13,44]. La détermination de la force effective par une recherche aux moindres carrés portant sur une grande partie des spectres des noyaux étudiés n'a encore jamais été tentée. Par ailleurs la force à portée finie utilisée est plus réaliste que la force à portée nulle des références 43,14,30. Nous introduisons les effets du champ coulombien moyen pour le Calcium 40 où ils s'avèrent être importants ; ils ont été négligés dans les références 44,30 et 14. Enfin nous faisons une comparaison systématique des résultats obtenus dans le cadre des deux approximations alors que les traitements des références 13, 30 et 44 se placent uniquement dans l'approximation particule-trou ordinaire.

Dans le chapitre IV nous discutons des quantités phénoménologiques introduites dans le problème et nous donnons les détails de la formulation numérique. La phénoménologie intervient au stade du problème d'ordre zéro. Conformément au postulat du modèle en couches, on suppose qu'il existe des noyaux bien décrits par un hamiltonien de particules indépendantes de sorte que le problème de Hartree-Fock n'a pas besoin d'être résolu. Les valeurs propres de l'hamiltonien d'ordre zéro en couplage j-j sont données par les spectres expérimentaux des noyaux impairs voisins des noyaux étudiés (Chap. IV). On suppose que le spin isotopique est un bon nombre quantique pour le Carbone 12 et l'Oxygène 16. Pour le Calcium 40 il est nécessaire de faire la distinction entre états individuels de neutrons et protons. Ce choix des énergies semble supposer que les spectres expérimentaux de basse énergie des noyaux impairs voisins peuvent être décrits par des configurations pures du modèle en couches, alors qu'en fait les caractéristiques de certains niveaux indiquent

l'effet de mélanges de configurations. Nous pensons cependant que l'utilisation des énergies expérimentales au lieu des énergies d'un modèle en couches pur constitue une amélioration, car c'est une façon approchée d'introduire la contribution de l'hamiltonien d'interaction aux propagateurs à une particule. Les fonctions d'onde d'ordre zéro sont approchées par celles d'un oscillateur harmonique, les paramètres du puits étant choisis de façon à reproduire le rayon moyen observé dans les expériences de diffusions d'électrons (R. Hofstadter [25]).

L'hamiltonien d'interaction est inconnu. Nous supposons qu'il a la forme d'une interaction effective à deux corps dont on détermine les paramètres par une recherche aux moindres carrés portant sur un nombre suffisant de niveaux expérimentaux (Chap. V). Une force purement centrale, de forme gaussienne, comporte cinq paramètres : la portée, la profondeur et les coefficients d'échange usuels W, M, B et H ($W + M + B + H = 1$). Le χ^2 est défini comme la somme des erreurs absolues entre les niveaux expérimentaux et théoriques. Pour déterminer les cinq paramètres de l'interaction effective nous faisons choix de 14 niveaux complètement identifiés, 8 pour ^{16}O et 6 pour ^{12}C. Dans le cas de l'approximation II nous ajoutons la condition nécessaire, mais non suffisante, pour la self-consistance des solutions, c'est-à-dire dans notre cas que le mouvement du centre de masse soit à l'énergie zéro [23]. On analyse en détails la dépendance paramétrique des spectres théoriques de l'Oxygène et du Carbone. Nous montrons que pour les états non collectifs les deux approximations donnent des résultats identiques, par contre les états collectifs de basse énergie $T = 0$ et à un bien moindre degré la résonance dipolaire géante sont beaucoup

plus sensibles aux paramètres de l'interaction lorsqu'on utilise l'approximation particule-trou généralisée. Pour définir la région de meilleur accord dans l'espace des paramètres on en donne des coupes par des plans sur lesquelles on a délimité les zones de minimum. La position de ces zones est évidemment affectée par les simplifications numériques usuelles du modèle en couches : omission de l'énergie spin-orbit dans le calcul des fonctions radiales, utilisation d'un puits infini, omission de la force tenseur, suppression des effets coulombiens.... Les paramètres tendent également à simuler les effets d'ordre supérieur, s'ils sont importants, négligés par les approximations utilisées. Nous espérons néanmoins que l'information obtenue ainsi sur les forces nucléaires résiduelles conservera encore une signification avec les améliorations de la théorie.

Les régions de χ^2 minimum ont la forme de vallées longues et étroites, plus abruptes dans l'approximation II que dans l'approximation I. Elles sont compatibles avec les conditions de saturation nucléaire (J.M. Blatt et V.F. Weisskopf [26]), mais ce résultat n'est peut-être pas très significatif, car la saturation est maintenant expliquée par les potentiels à coeur dur ou dépendants des vitesses. L'approximation I donne des χ^2 aussi bons que ceux de l'approximation particule-trou généralisée, cependant seule cette dernière permet d'obtenir des régions de χ^2 minimum qui soient identiques dans le Carbone 12 et l'Oxygène 16. C'est le résultat le plus significatif en faveur de l'approximation II. La comparaison avec le potentiel nucléon-nucléon libre montre que la région de meilleur accord est compatible avec certains de ses caractères d'échange : une amplitude singlet fortement attractive dans les états pairs et pratiquement nulle dans les états impairs et une amplitude triplet plus

fortement attractive dans les états pairs que dans les états impairs.

Nous présentons (Chap. VI) les niveaux et vecteurs propres de l'Oxygène 16 et du Carbone 12 calculés avec les deux approximations précédentes, pour une force effective choisie arbitrairement parmi les nombreuses forces acceptables qui toutes donnent à quelques centaines de KeV près les mêmes résultats. Ces différences ne sont pas significatives étant donné les imprécisions introduites dans les modèles utilisés. Nous obtenons un accord remarquable pour les niveaux impairs de l'Oxygène 16. Seuls les états magnétiques 2^- $T = 0$ ne peuvent être expliqués pour toutes les valeurs raisonnables des paramètres. Pour les niveaux pairs le mécanisme trou-particule entraîne l'existence d'un niveau quadrupolaire, $T = 0$, non encore identifié expérimentalement, de nature collective. Sa position est une fonction de l'énergie inconnue de l'état de particules $1f_{7/2}$. Un résultat expérimental permettrait de clarifier la situation. Nous montrons également que les deux pics 2^+ de haute énergie vus à Orsay constituent une détermination de l'énergie de l'état de trou 1s dans l'Oxygène 16. Les résultats pour le Carbone sont également satisfaisants sauf pour le niveau magnétique dipolaire de 15.11 MeV pour lequel les paramètres, dans la région de χ^2 minimum, ne peuvent simuler les effets négligés des configurations deux particules-deux trous et pour le niveau octupolaire $3^-(0)$ de 9.8 MeV. Ce dernier ainsi que le niveau $2^-(0)$ de 8.9 MeV dans l'Oxygène ne peut être expliqué que par une interaction effective plus attractive que celle obtenue par la recherche aux moindres carrés portant sur l'ensemble du spectre. Nous pensons que cette

situation reflète l'importance de la contribution à l'interaction effective des diagrammes irréductibles à un phonon, dépendant de l'énergie, représentant l'interaction non locale d'une particule et d'un trou par l'intermédiaire d'excitations du système.

Le programme précédent ne peut pas être complètement appliqué au Calcium 40, faute de données expérimentales pour une recherche aux moindres carrés (Chap. VII). Nous montrons que pour rendre compte des niveaux collectifs 5^- et 3^- $T = 0$ à 4.48 MeV et 3.76 MeV respectivement, il est nécessaire d'introduire l'effet du champ coulombien moyen et d'utiliser l'approximation particule-trou généralisée. Nous prédisons entre autre l'existence d'un second niveau 5^- $T = 0$ dans la région des 8 MeV. Nous nous attendons à ce que les diagrammes à un phonon, dont les dénominateurs sont petits dans la région des 4 MeV, jouent un rôle important pour l'explication des niveaux collectifs $3^-(T = 0)$ de 3.76 MeV et $5^-(0)$ de 4.48. Pour mettre en évidence l'importance des termes d'ordre supérieur, nous effectuons une recherche aux moindres carrés qui inclu uniquement ces deux niveaux, dans le cadre de l'approximation particule-trou généralisée. Cette recherche conduit effectivemrnt à une interaction effective nettement plus attractive que celle déduite du spectre du Carbone et de l'Oxygène. La forme des pics de la résonance géante est très sensible à l'hypothèse faite pour le spin isotopique ; par ailleurs le pic principal est obtenu 1.5 MeV plus bas que la valeur expérimentale pour toutes valeurs des paramètres rendant compte des niveaux collectifs $3^-(0)$ et $5^-(0)$. Nous donnons enfin le spectre théorique et les vecteurs propres des niveaux impairs du Calcium, calculés dans les deux

approximations, sans l'hypothèse d'un spin isotopique bon nombre quantique.

En conclusion nous passons en revue un certain nombre de problèmes prolongeant le présent travail.

P R E M I E R E P A R T I E

LES METHODES *

---

* Nous suivrons le Cours de Claude Bloch [11] pour la formulation générale du problème à N-corps et les séminaires de Michel Baranger [12] pour l'exposé des méthodes de Hartree-Fock.

C H A P I T R E I

LE POSTULAT DU MODELE EN COUCHES

1.- Introduction.

Soit un système de A nucléons en interaction. Avec l'hypothèse usuelle de forces à deux corps son hamiltonien est :

$$H = \sum_{i=1}^{A} Ti + \sum_{i<j=1}^{A} V_{ij} \quad , \qquad (1.1)$$

où T est le terme d'énergie cinétique et V l'interaction nucléon-nucléon.

Le modèle en couches postule l'existence d'un champ nucléaire moyen, statique. Ce postulat est largement vérifié par ses conséquences spectroscopiques. Il permet d'effectuer la séparation :

$$H = \sum_{i} H_i + \sum_{i<j=1}^{A} v_{ij} = H_o + v \, . \qquad (1.2)$$

Le premier terme est une somme d'énergies de particules indépendantes et le second une interaction effective à deux corps. Nous faisons appel à la méthode de Hartree-Fock (§ 3) pour l'obtention de H_o et $\mathcal{V}$ à partir du problème initial (1.1). Cette méthode fournit également le cadre d'un traitement approximatif de $\mathcal{V}$ (§ 4). Nous rappelons auparavant (§ 2) les principales définitions pour la formulation du problème en seconde quantification.

2.- Formulation en seconde quantification.

Au lieu de manipuler les déterminants de Slater construits avec des fonctions individuelles $\varphi_k(\vec{r}_i)$ pour la particule de coordonnées $\vec{r}_i$ occupant l'état k, il est plus commode de se placer en représentation nombre d'occupation. On introduit les opérateurs de création de fermions η_k^+ et d'annihilation η_k, relatifs à l'état k, vérifiant :

$$[\eta_m , \eta_n]_+ = 0 \; ; \; [\eta_m^+ , \eta_n^+] = 0 \; ; \; [\eta_m , \eta_n^+] = \delta_{mn} \; .$$

Dans l'espace de Fock les états $|N_1, N_2 \ldots N_j \ldots\rangle$, où $N_j = 1$ si l'état individuel j est occupé et $N_j = 0$ dans le cas contraire, sont obtenus en appliquant au vide de fermions $|0\rangle$ le produit des opérateurs $\eta_\alpha^+ \eta_\beta^+ \ldots \eta_\varepsilon^+ \ldots$ associés aux états individuels

occupés $\alpha, \beta, \ldots \xi \ldots$.

$$|N_2, N_2, \ldots N_j \ldots\rangle = (-)^{\varepsilon} \eta_\alpha^+ \eta_\beta^+ \ldots \eta_\xi^+ \ldots |0\rangle, \qquad (1.3)$$

ε est la parité de la permutation amenant la suite $\alpha, \beta \ldots \xi \ldots$ dans l'ordre standard défini par la suite 1,2.....j..... Dans cette représentation

$$H = \sum_{m,n} \langle m|T|n\rangle \eta_m^+ \eta_n + \frac{1}{4} \sum_{r,s,m,n} \langle r\, s|V|m\, n\rangle \eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m,$$

avec

$$\langle m|T|n\rangle = \int \varphi_m^*(\vec{r})\, T \varphi_n(\vec{r})\, d\vec{r}, \qquad (1.4)$$

$$\langle r\, s|V|m\, n\rangle = \iint \varphi_r^*(\vec{r}_1) \varphi_s^*(\vec{r}_2)\, V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \left\{ \varphi_m(\vec{r}_1) \varphi_n(\vec{r}_2) - \varphi_m(\vec{r}_2) \varphi_n(\vec{r}_1) \right\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2.$$

<u>Le formalisme de la matrice densité</u>.

Une représentation en déterminants de Slater est définie à une transformation linéaire près. Pour s'affranchir de l'arbitraire de ce choix, on définit relativement à un état $|\Psi\rangle$ la quantité

$$\rho_{n\,m} = \langle \Psi | \eta_m^+ \eta_n | \Psi \rangle \qquad (1.5)$$

invariante dans le changement de base

$$a_i^+ = \sum_n \langle n/i \rangle \eta_n^+ \quad ,$$

$$a_i = \sum_n \langle n/i \rangle^* \eta_n \quad , \tag{1.6}$$

$$\delta_{ij} = \sum_n \langle i/n \rangle \langle n/j \rangle \quad .$$

La définition (1.5) entraîne, si $/\Psi>$ est un déterminant de Slater,

$$\rho^2 = \rho \quad , \quad Tr \cdot \rho = A \quad , \tag{1.7}$$

et pour tout opérateur à un corps $\mathcal{O}$

$$\langle \Psi / \mathcal{O} / \Psi \rangle = Tr \, \rho \mathcal{O} \, .$$

La matrice ρ est une matrice densité à un corps relative à l'état $/\Psi>$. De même, on définit la matrice densité à deux corps relative à l'état $/\Psi>$

$$\rho_{nmsr} = \langle \Psi / \eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m / \Psi \rangle \, . \tag{1.8}$$

L'énergie de $|\Psi\rangle$ se met sous la forme

$$\langle \Psi | H | \Psi \rangle = \sum_{n,m} \langle m | T | n \rangle \rho_{n\,m} + \frac{1}{4} \sum_{\substack{r,s \\ m,n}} \langle rs | V | mn \rangle \rho_{n\,m\,s\,r} \quad (1.9)$$

Par contre pour un état de Fock $|F\rangle$ défini en (1.3), la valeur moyenne de H est

$$\langle F | H | F \rangle = \sum_{n,m} \langle m | T | n \rangle \rho^{\circ}_{n\,m} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{r,s \\ m,n}} \langle rs | V | mn \rangle \rho^{\circ}_{n\,s} \rho^{\circ}_{m\,r}, \quad (1.10)$$

où ρ° est évaluée relativement à l'état $|F\rangle$. Il y a factorisation de la matrice densité à deux corps.

Représentation graphique des états de Fock.

Un état de Fock (1.3) peut être représenté graphiquement en associant à chacun de ses nombres d'occupation tels que $N_k = 1$ une ligne verticale indicée k . Si le nombre de particules est grand et si les états de Fock que l'on aura à considérer ne diffèrent entre eux que par un petit nombre d'états individuels occupés ou inoccupés, il est plus avantageux de prendre un état de Fock particulier comme état de référence ou "vide" et de lui associer l'absence de ligne . Tout autre état de Fock, différant de l'état de référence par la suite des $N_A, N_B \ldots$ égaux à 1 et la suite des $N_a, N_b \ldots$ égaux à 0, peut être représenté graphiquement par des lignes verticales

montantes indicées $A, B\ldots$ et des lignes verticales descendantes indicées $a, b\ldots$ en nombre égal aux précédentes si le nombre de particules est conservé. Cet état de Fock, relativement à l'état de référence, est défini par la suite $A, B\ldots a, b\ldots$ des états individuels de "particules" et de "trous" occupés.

Dans le cas d'un système de particules indépendantes non dégénéré, on définit généralement pour "vide" $|>$ le fondamental

$$|> = \eta_1^+ \eta_2^+ \ldots \eta_F^+ \, |0> , \tag{1.11}$$

la suite 1,2,3.....F correspondant au remplissage de tous les niveaux individuels jusqu'au niveau de Fermi F . On définit de nouveaux opérateurs d'annihilation ξ_i relatifs au nouveau vide par

$$\xi_i \, |> = 0 \quad \text{pour tout } i . \tag{1.12}$$

Ce sont des opérateurs de fermions. On passe en effet des η aux ξ par la transformation canonique

$$\left.\begin{aligned} \xi_m &= \eta_m \\ \xi_m^+ &= \eta_m^+ \end{aligned}\right\} \text{ si } m \notin F, \qquad \left.\begin{aligned} \xi_m^+ &= \eta_m \\ \xi_m &= \eta_m^+ \end{aligned}\right\} \text{ si } m \in F. \tag{1.13}$$

Ils créent et détruisent des "trous" dans la mer de Fermi et des "particules" au-dessus de la mer de Fermi.

L'état de Fock $\xi_i^+ \xi_j^+ \dots \xi_n^+ \, / >$ est représenté graphiquement en associant à chaque ξ_i^+ une ligne verticale, montante si $i \notin F$ ou descendante si $i \in F$.

Contractions, produits normaux et théorème de Wick.

Soit un ensemble d'opérateurs de création et d'annihilation de fermions $A_1, A_2, \dots$ et $/ >$ leur vide défini par (1.12). Au produit $A_i A_j \dots A_p$ de n de ces opérateurs on associe le produit normal : $A_i A_j \dots A_p$: défini par :

$$: A_i A_j \dots A_p : = (-)^{\varepsilon} A_x A_y \dots A_z \, ,$$

où dans le terme de droite tous les opérateurs de création ont été amenés à gauche et où ε est la parité de la permutation nécessaire à ce réarangement.
Le produit normal a pour propriétés

$$< / : A_1 A_2 \dots A_p : / > = 0 \, , \qquad (1.14a)$$

$$: A_1 A_2 \dots A_p : = - : A_2 A_1 \dots A_p : , \qquad (1.14b)$$

$$: (A_1 + A_2) A_3 \dots A_p : = : A_1 A_3 \dots A_p : + : A_2 A_3 \dots A_p : . \qquad (1.14c)$$

On définit également la <u>contraction</u> de deux opérateurs

$$\overbrace{A_1\, A_2} = A_1\, A_2 - :A_1\, A_2: .$$

D'après (1.14a) c'est un nombre pur,

$$\overbrace{A_1\, A_2} = \langle / A_1\, A_2 / \rangle . \qquad (1.15)$$

La contraction n'est définie que relativement à un état de référence déterminé. La contraction particulière $\overbrace{A_n^+\, A_m}$ n'est autre, d'après (1.15), que la matrice densité à un corps relative à l'état $/ \rangle$.

Un <u>produit normal contracté</u> est défini par

$$:A_1 \overbrace{A_2 A_3} \overbrace{A_4 \ldots A_5} A_6: = (-)^{\varepsilon} \overbrace{A_2 A_3}\, \overbrace{A_4 A_5} :A_1 \ldots A_6:,$$

où ε est la parité de la permutation effectuée pour sortir les opérateurs contractés.

<u>Théorème de Wick</u>. Un produit d'opérateurs de création et d'annihilation est égal à la somme de tous ses produits

normaux contractés.

Appliquons ce théorème aux produits d'opérateurs $\eta_m^+ \eta_n$ et $\eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m$ figurant dans l'expression de H (1.14) :

$$\eta_m^+ \eta_n = \rho_{nm} + : \eta_m^+ \eta_n :,$$

et

$$\eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m = \rho_{ns}\rho_{mr} - \rho_{nr}\rho_{ms}$$

$$+\rho_{ns} : \eta_r^+ \eta_m : + \rho_{mr} : \eta_s^+ \eta_n :$$

$$-\rho_{nr} : \eta_s^+ \eta_m : - \rho_{ms} : \eta_r^+ \eta_n : \qquad (1.16)$$

$$+ : \eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m : .$$

Grâce à la propriété (1.4) du produit normal, ces expressions restent valables pour tout autre représentation $a^+ a \ldots$ dont les $\eta^+ \eta \ldots$ sont des combinaisons linéaires. Il suffit de prendre les produits normaux de (1.16) relativement aux $a^+ a \ldots$

3.- Le champ self-consistant de Hartree-Fock.

La méthode de Hartree-Fock consiste à prendre pour approximation du vrai état fondamental $|\Phi\rangle$ du système l'état de Fock $|F\rangle$ qui minimise la valeur moyenne $\langle F|H|F\rangle$ donnée en (1.10). Cette dernière diffère de l'expression exacte $\langle\Phi|H|\Phi\rangle$ par la factorisation de la matrice densité à deux corps

$$\rho_{n\,m\,s\,r} \longrightarrow \rho^{\circ}_{m\,s}\,\rho^{\circ}_{n\,r} - \rho^{\circ}_{n\,s}\,\rho^{\circ}_{m\,r}\,,$$

(Cf. 1.9). Les corrélations à deux particules sont ignorées.

Application du principe variationnel.

La variation infinitésimale la plus générale du déterminant de Slater $|F\rangle$ conduisant à un autre déterminant de Slater $|F'\rangle$ et préservant l'orthogonalité des fonctions individuelles $\varphi_{\mu}(\vec{r}_i)$ a pour forme :

$$|F'\rangle = (1 + i\,\varepsilon\,\mathcal{O})\,|F\rangle\,.$$

$\mathcal{O}$ est l'opérateur hermitique à un corps le plus général et ε

une quantité réelle petite. En posant que la variation de $\langle F'|H|F'\rangle$ est nulle au premier ordre en ε il vient

$$\langle F|\Theta H - H\Theta|F\rangle = 0,$$

soit encore

$$\langle F|\eta_\alpha^+\eta_\beta H - H\eta_\alpha^+\eta_\beta|F\rangle = -i\frac{\partial \rho_{\alpha\beta}}{\partial t} = 0, \qquad (1.17)$$

(A. Messiah[29], t. I, p. 282). Dans l'état de Hartree-Fock tous les opérateurs à un corps ont une valeur moyenne constante dans le temps.

En partant de la forme explicite (1.4) de H, le commutateur dans (1.17) s'évalue immédiatement

$$\eta_\alpha^+\eta_\beta H - H\eta_\alpha^+\eta_\beta = \sum_n \langle\beta|T|n\rangle \eta_\alpha^+\eta_n - \sum_m \langle m|T|\alpha\rangle \eta_m^+\eta_\beta$$

$$+\frac{1}{2}\left(\sum_{smn}\langle\beta s|V|mn\rangle \eta_\alpha^+\eta_s^+\eta_n\eta_m - \sum_{rsm}\langle rs|V|\alpha n\rangle \eta_r^+\eta_s^+\eta_m\eta_\beta\right).$$

On définit <u>l'hamiltonien de Hartree-Fock</u> $H_0 = T + \Gamma$ par

ses éléments de matrice

$$\langle \beta | T+\Gamma | n \rangle = \langle \beta | T | n \rangle + \frac{1}{2} \sum_{sm} \langle \beta s | V | m n \rangle \rho_{ms}, \qquad (1.18)$$

ce qui permet de mettre la condition de stationnarité (1.17) sous la forme

$$\sum_{n} \langle \beta | T+\Gamma | n \rangle \rho_{n\alpha} - \sum_{m} \rho_{\beta m} \langle m | T+\Gamma | \alpha \rangle = 0,$$

soit encore

$$[\, T+\Gamma, \rho \,] = 0. \qquad (1.19)$$

On doit ajouter aux équations de Hartree-Fock (1.19) les conditions (1.7) sur ρ .

Pour résoudre le problème (1.19) on exprime l'hamiltonien de Hartree-Fock sur une base de fonctions d'essais, puis on le diagonalise. Les fonctions propres obtenues sont utilisées pour calculer une nouvelle matrice d'essai $T+\Gamma$, qu'on diagonalise. Evebtuellement la valeur calculée du potentiel converge vers la valeur de l'itération précédente.

Pour que la solution corresponde à un minimum stable de l'énergie, il faut que la variation au second ordre soit

positive c'est-à-dire

$$[[H, O], O] < 0 . \qquad (1.20)$$

4.- <u>Traitement de l'interaction résiduelle</u>.

L'hamiltonien exact H , expression (1.4), peut être mis en utilisant (1.16) sous la forme normale

$$H = E_o + \sum_{mn} \langle m | T+\Gamma | n \rangle : \eta_m^+ \eta_n : + \frac{1}{4} \sum_{\substack{rs \\ mn}} \langle rs | V | mn \rangle : \eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m : ,$$

E_o est l'énergie de l'état de référence, définie en (1.10). La matrice $\langle m | T+\Gamma | n \rangle$ est donnée en (1.18).

Pour simplifier cette expression exacte de H :

- on fait choix de la représentation qui diagonalise $T+\Gamma$

$$\langle i | T+\Gamma | j \rangle = \varepsilon_i \, \delta_{ij} , \qquad (1.21)$$

elle est fournie par la résolution de (1.19) ;

- on prend cet état de Hartree-Fock comme état de référence

ou vide

Comme pour un état de "trou" $a, (a \in F)$

$$: \eta_a^+ \eta_a : = - : \xi_a^+ \xi_a :$$

et un état de "particule" $A, (A \notin F)$

$$: \eta_A^+ \eta_A : = : \xi_A^+ \xi_A :$$

il est naturel de définir

$$\tilde{\varepsilon}_i = \begin{cases} \varepsilon_i & \text{pour un état de particule,} \\ -\varepsilon_i & \text{pour un état de trou,} \end{cases}$$

et H prend la forme (1.2) postulée par le modèle des couches

$$H = E_0 + \sum_i \tilde{\varepsilon}_i \xi_i^+ \xi_i + \frac{1}{4} \sum_{\substack{rs \\ mn}} \langle rs|V|mn\rangle : \eta_r^+ \eta_s^+ \eta_n \eta_m : \qquad (1.22)$$

Le premier terme est l'énergie du vide c'est-à-dire du fondamental

dans l'approximation de Hartree-Fock ; le second terme est un hamiltonien de particules et de trous indépendants. Le troisième terme est l'interaction "résiduelle" $\mathcal{V}$ entre ces particules et trous, une fois construit le champ nucléaire moyen.

Représentation graphique de l'interaction résiduelle.

Le produit normal : $:\eta_r^+ \eta_s^+ \eta_m \eta_n:$ doit être exprimé en fonction des opérateurs ξ^+, ξ . Il comporte donc plusieurs termes qu'on peut représenter graphiquement en attachant à un point (représentant l'élément de matrice antisymétrisé) quatre demi-droites orientées, associées aux quatre opérateurs selon le tableau de correspondance 1.1.

	$i \in F$	$i \notin F$
η_i^+	ξ_i	ξ_i^+
η_i	ξ_i^+	ξ_i

TABLEAU 1.1

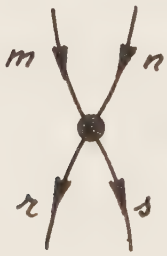
Représentation graphique des opérateurs non contractés

Le développement du produit normal donne trois types de termes en $\xi^+ \xi^+ \xi \xi$:

l'interaction particule-particule

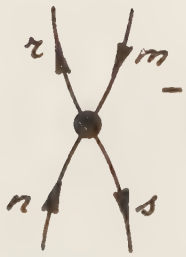
$$\frac{1}{4} \langle rs|V|mn\rangle \xi_r^+ \xi_s^+ \xi_n \xi_m \,, \qquad (1.13a)$$

l'interaction trou-trou



$$\frac{1}{4} \langle rs|V|mn\rangle \xi_n^+ \xi_m^+ \xi_r \xi_s \,, \qquad (1.23b)$$

l'interaction particule-trou

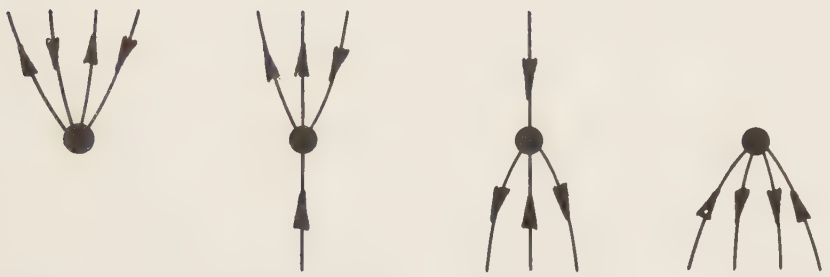


$$-\frac{1}{2} \langle rs|V|mn\rangle \xi_r^+ \xi_m^+ \xi_n \xi_s \,, \qquad (1.23c)$$

Dans ce dernier cas le signe - provient du réarrangement des ξ .

et le facteur 2 de ce qu'il n'existe plus de symétrie droite-gauche sur le diagramme. La contribution de l'interaction particule-trou à l'énergie du système est de signe opposé à la contribution de l'interaction particule-particule ou trou-trou.

On obtient également des termes en $\xi^+\xi^+\xi^+\xi^+$, $\xi^+\xi^+\xi^+\xi$, $\xi^+\xi\xi\xi$,...représentés par des diagrammes du type :



etc...

Diagonalisation de l'interaction résiduelle.

En principe la solution exacte du problème nucléaire initial (1.1), mis sous la forme (1.2), est donnée par la diagonalisation de $\mathcal{V}$ dans l'espace des fonctions propres de H_0. En pratique il faut se limiter à un sous-espace de dimension très restreinte. La validité d'une approximation de ce type repose sur le critère, d'application difficile

$$\sum_n \frac{\delta E_n}{E - E_n} \ll 1, \qquad (1.24)$$

où la somme porte sur toutes les contributions au premier ordre des configurations négligées d'énergie E_n au déplacement du niveau E calculé.

Si l'énergie d'excitation d'une paire trou-particule est importante et si les énergies calculées sont suffisamment éloignées des énergies des configurations à deux paires trou-particule, on peut éventuellement se limiter aux configurations à une paire trou-particule d'énergies les plus basses. Le seul terme de v qui contribue à la matrice nucléaire dans ce sous-espace est l'interaction "trou-particule" (1.23). Le problème séculaire se réduit à

$$\mathcal{M}\, X^{(n)} = (E_n - E_0)\, X^{(n)} \qquad (1.25)$$

où la matrice $\mathcal{M}$ a pour éléments dans l'espace des configurations $|Aa\rangle$ à une particule A et un trou a

$$\langle bB|\mathcal{M}|Aa\rangle = (\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a)\,\delta_{AB}\,\delta_{ab} - \langle Ba|V|bA\rangle \qquad (1.26)$$

Cette approximation a été la plus généralement utilisée dans le passé, en particulier pour la description des niveaux de parité impaire des noyaux à couches complètes (J.P. Elliott et B.H. Flowers [13] ; G.E. Brown, L. Castillejo, et J.A. Evans [30]). Elle constitue dans ce qui suit l'approximation I.

On ne peut pas agrandir simplement l'espace de diagonalisation. En effet, lorsque le nombre de paires trou-particule

augmente, la construction de configurations ayant un moment angulaire total et une parité bien définis, correctement antisymétrisées, devient très vite difficile. On peut chercher à étendre la diagonalisation de $\mathcal{V}$ à un espace plus étendu que le précédent, de configurations approchées imparfaitement antisymétrisées. Le développement perturbatif de la fonction de Green constitue un cadre simple à des approximations supérieures de ce type.

CHAPITRE II

LA METHODE DES FONCTIONS DE GREEN

1.- Introduction.

La fonction de Green à p particules, pour un système dont le vrai fondamental est $|f>$, est définie par [31]

$$G^{(p)}(1,2,\dots 2p) = (i)^p \langle f | T\left\{\bar{\eta}_{j_1}(u_1)\bar{\eta}_{j_2}(u_2)\cdots\bar{\eta}^{+}_{j_{2p}}(u_{2p})\right\}|f\rangle \quad (2.1)$$

On a posé $u = it/\hbar$ et $\bar{\eta}_j(u_j)$ est l'opérateur de destruction d'un fermion relatif à l'état j en représentation de Heisenberg:

$$\bar{\eta}_j(u_j) = e^{u_j H}\,\eta_j\,e^{-u_j H}.$$

T est l'opérateur chronologique réordonnant les $\bar{\eta}(u)$, $\bar{\eta}^{+}(u)$ ..... selon les temps croissants de la gauche vers la droite.

Sur l'expression de définition (2.1) l'interprétation physique de $G^{(p)}$ est évidente: c'est l'amplitude de probabilité pour que, ayant ajouté à l'état $|f\rangle$ p particules dans les etats individuels $j_1, j_2 \cdots j_p$ aux instants $u_1, u_2 \cdots u_p$ respectivement, on retrouve p particules, sans modification de $|f\rangle$, dans les états $j_{p+1}, j_{p+2} \cdots j_{2p}$ aux instants $u_{p+1}, u_{p+2} \cdots u_{2p}$. Pour cette raison $G^{(p)}$ est également appelé le "propagateur à p particules" du système.

Les fonctions de Green permettent de calculer les diverses observables associées à un système constitué par un coeur non dégénéré plus p particules (ou trous, ou particules-trous): fréquences, probabilités de transition (§ 7). Leur développement perturbatif (§ 2) peut être représenté en diagrammes (§ 3). Il est plus simple que celui de la fonction d'onde grâce à l'élimination des parties vide - vide (§ 4). La définition de diagrammes irréductibles permet de resommer des séries de type géométrique (M. Gell Mann et F. Low [35]) (§ 5) et fournit un cadre à des approximations successives (J. Hubbard [38]). Les équations intégrales résultant de cette resommation sont données en formulation indépendante du temps pour les cas particuliers du propagateur à une particule et du propagateur particule-trou (§ 6).

2. - Développement des fonctions de Green en puissance de l'interaction.

On suppose que H est de la forme (1.2), postulée par le modèle en couches, où H_o est l'hamiltonien

de Hartree-Fock (1.18) et $\mathcal{V}$ l'interaction résiduelle (1.22). On exprime celle-ci en représentation interaction

$$\mathcal{V}(u) = e^{uH_0}\, \mathcal{V}_e\, e^{-uH_0}, \qquad (2.2)$$

pour définir l'opérateur d'évolution $\mathcal{U}(u, u_0)$

$$\mathcal{U}(u,u_0) = 1 - \int_{u_0}^{u} \mathcal{V}(u')\, \mathcal{U}(u', u_0)\, du'$$

Soit $|>$ l'état propre de H_0 d'énergie la plus basse E_0 . L'état fondamental vrai $|f>$ peut en être déduit en prenant la limite (Cf. C. Bloch Réf. 32)

$$|f> = \lim_{\beta \to \infty} e^{\beta(E_f - H_0)}\, \mathcal{U}(\beta, 0)\, |> / <f|>$$

On définit également les opérateurs $\eta_j(u)$, $\eta_j^+(u)$ ... en représentation interaction, déduits des η_j, η_j^+ ... par une transformation du type (2.2). En portant ces diverses définitions dans l'expression (2.1)

$$G^{(p)}(1,2 \ldots 2p) = \lim_{\substack{\beta' \to -\infty \\ \beta \to +\infty}} \frac{e^{(E_f - E_0)(\beta' - \beta)}}{|<f|>|^2} \times \qquad (2.3)$$

$$\times <|T\left\{\mathcal{U}(\beta, u_1)\, \eta_{j_1}(u_1)\, \mathcal{U}(u_1, u_2) \ldots \eta_{j_{2p}}^+(u_{2p})\, \mathcal{U}(u_{2p}, \beta')\right\}|>.$$

Le développement perturbatif du propagateur à ρ particules en puissance de $\mathcal{V}$ est alors obtenu en remplaçant les opérateurs d'évolution $\mathcal{U}$ dans cette expression par leur développement itératif

$$\mathcal{U}(u,u_0)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\int_{u_0}^{u}du_n\int_{u_0}^{u}du_{n-1}\cdots\int_{u_0}^{u}du_1\,T\left\{\mathcal{V}(u_n)\mathcal{V}(u_{n-1})\cdots\mathcal{V}(u_1)\right\}$$

3. - Représentation en diagrammes

Les T contractions

Le développement de la fonction de Green, (2.3 et 2.4), fait intervenir des produits d'opérateurs dépendant des temps, ordonnés par l'opérateur chronologique T

$$T\left\{A_{j_1}(u_1)A_{j_2}(u_2)\cdots\right\}=(-)^{\varepsilon}A_{j_\alpha}(u_\alpha)A_{j_\beta}(u_\beta)\cdots$$

$$u_\alpha>u_\beta>\cdots$$

Dans cette expression $(-)^{\varepsilon}$ est le signe associé à la permutation qui fait passer de la suite 1,2 .... à la suite $\alpha,\beta\ldots$.

En se reportant à la définition et aux propriétés du produit normal et de la contraction (Chap. I § 2), le T-produit de deux opérateurs a pour expression

$$T\{A_j(u_j)A_i(u_i)\} = :A_j(u_j)A_i(u_i): + \overbrace{A_j(u_j)A_i}(u-)$$

$$si \quad u_j > u_i ,$$

et

$$T\{A_j(u_j)A_i(u_i)\} = :A_j(u_j)A_i(u_i): - \overbrace{A_i(u_i)A_j}(u_j)$$

$$si \quad u_j < u_i .$$

Pour s'affranchir des conditions sur les temps u_j, u_i on définit la T -contraction

$$\underbrace{A_j(u_j)A_i}(u_i) = \langle 1 | T\{A_j(u_j)A_i(u_i)\} | 1 \rangle , \qquad (2.5)$$

de sorte que, pour tout u_j, u_i

$$T\{A_j(u_j)A_i(u_i)\} = :A_j(u_j)A_i(u_i): + \underbrace{A_j(u_j)A_i}(u_i).$$

Le théorème de Wick s'applique aux T -produits en remplaçant simplement les contractions par des T -contractions.

Par sa définition (2.5) la T -contraction est la fonction de Green à une particule $G_o^{(1)}$ pour un système d'hamiltonien H_o . Explicitement, en posant $u - u = u$

$$G_o^{(1)}(j;u) = \begin{cases} i P_j e^{-u\tilde{\varepsilon}_j} & si \quad u > 0, \\ -i(1-P_j) e^{u\tilde{\varepsilon}_j} & si \quad u < 0, \end{cases} \tag{2.6}$$

où P_j est la valeur moyenne de $\eta_j \eta_j^+$ sur l'état $/>$

$$P_j = </\eta_j \eta_j^+/> = \begin{cases} 1 & si \quad j \notin F, \\ 0 & si \quad j \in F, \end{cases} \tag{2.7}$$

et les $\tilde{\varepsilon}_j$ sont les énergies de Hartree-Fock redéfinies en (1.22).

Prescriptions pour le tracé des diagrammes.

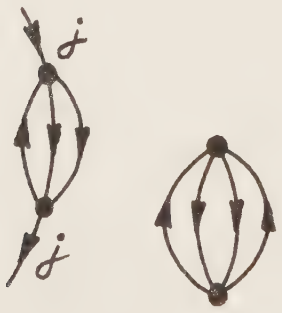
Les produits normaux du développement de $G^{(p)}$ doivent être pris par rapport aux opérateurs ξ^+, ξ ..... définis en (1.13), exprimés en représentation interaction et dont le vide est le fondamental $/>$ de H_o . Les diagrammes associés aux différents systèmes de contraction de chaque terme du développement de $G^{(p)}$ sont alors donnés par les règles suivantes:

- A chaque élément de matrice antisymétrisé de l'interaction,

$V(u)$, est associé un point au temps u .

- A chaque opérateur non contracté $\xi_j(u_j)$, $\xi_j^+(u_j)$ .... est associé une demi-droite, orientée, indicée j , se terminant à l'instant u_j selon le tableau de correspondance 1.1

- A chaque paire d'opérateurs T -contractés est associé un segment de droite, indicé j , montant si $j \notin F$, descendant si $j \in F$, joignant les temps considérés.



La figure 2.1 est un exemple de diagrammes du quatrième ordre pour une fonction de Green à un trou.

Les diagrammes associés au développement du propagateur à p particules comportent chacun évidemment $2p$ lignes ouvertes.

Figure 2.1

<u>Prescription pour l'obtention de la contribution associée à un diagramme</u>.

Il est beaucoup plus simple de raisonner entièrement sur les diagrammes qu'on peut tracer à un ordre donné plutôt que de construire les différents termes du développement de la

fonction de Green. Les prescriptions donnant la contribution d'un diagramme déterminé sont les suivantes:

- A chaque point, où sont accrochées les lignes r , s aboutissantes et m, n partantes, correspond un élément de matrice antisymétrisé $\langle rs/V/mn\rangle$.

- A chaque segment de droite indicé j joignant les interactions aux temps u , u' correspond une T -contraction $G_o^{(1)}(j;u-u')$ définie en 2.6.

- A chaque demi-droite, orientée, indicée j , aboutissant en u_j est associé un opérateur $\xi_j(u_j)$, $\xi_j^+(u_j)$ ..... conformément au tableau de correspondance 1.1.

- Enfin le signe du système de T -contractions représenté est $(-)^{n_1+n_2+n_3}$, où *

  - n_1 est l'ordre du diagramme (Cf. le développement itératif de $\mathcal{U}$, 2.4)

  - n_2 est le nombre de boucles fermées (une boucle fermée est telle que partant d'un de ses points on y revient en suivant une ligne continue).

  - n_3 est la parité de la permutation amenant la suite

---

* Avec la contraction normale chaque ligne de trou contribuerait pour un signe (-). Ce signe est inclus dans la définition (2.5) de la T -contraction.

des opérateurs non contractés $\xi\,\xi \ldots \xi^+\,\xi^+$ dans l'ordre standard $\xi_1\,\xi^+_{1'}\,\xi_2\,\xi^+_{2'}$ ..... où chaque paire est relative à une boucle ouverte du diagramme (une boucle ouverte est telle que partant de la demi-droite associée à ξ_1 on arrive à la demi-droite associée à $\xi^+_{1'}$ en suivant une ligne continue).

4. Elimination des parties vide - vide

La formule exponentielle de Bloch-Goldstone-Hugenholtz (refs. 32, 33, 34)

$$\langle 1\,\mathcal{U}(\beta,\beta')\,1\rangle = e^{\langle 1\,\mathcal{U}(\beta,\beta')\,1\rangle_C} = e^{-(\beta-\beta')(E_f-E_0)}\,|\langle f|1\rangle|^2,$$

et son corrolaire

$$\langle 1\,\mathcal{U}\,A\,\mathcal{U}\ldots A\,\mathcal{U}\,1\rangle = \langle 1\,\mathcal{U}\,A\,\mathcal{U}\ldots A\,\mathcal{U}\,1\rangle_L\, e^{\langle 1\,\mathcal{U}(\beta\beta')\,1\rangle_C},$$

où C indique que la somme est limitée aux diagrammes connexes et L aux diagrammes liés *, permet de simplifier l'expression (2.3):

---

* Rappelons qu'on appelle diagramme lié un diagramme qui peut être parcouru entièrement en partant des lignes extérieures. Un diagramme connexe est un diagramme qui peut être parcouru entièrement en suivant les lignes intérieures.

$$G^{(p)}(1,2,\dots 2p) = \lim_{\substack{\beta' \to -\infty \\ \beta \to +\infty}} \langle\, T\left\{ U(\beta,u_1)\, \eta_{j_1}(u_1) \dots U(u_{2p},\beta') \right\} \,\rangle_L \,. \tag{2.8}$$

Le calcul de la fonction de Green ne fait intervenir que les diagrammes liés.

Par ailleurs, le choix d'une base qui diagonalise l'hamiltonien de Hartree-Fock (1.18) rend compte à tous les ordres des insertions du type de la figure 2.2, qui doivent être omises également dans le tracé des diagrammes.

Figure 2.2

5. Resommation de séries géométriques.

Pour fixer les idées, nous nous limiterons aux cas importants des fonctions de Green à une particule et à deux particules.

Suivant la définition (2.1)

$$G^{(1)}(j;u-v) = i\langle f|T\{\eta_j(u)\eta_j^+(v)\}|f\rangle \qquad (2.9)$$

Soit

$$S^{(1)}(j;\alpha_1-\alpha_2) = s_1^{(1)}(j;\alpha_1-\alpha_2) + s_2^{(1)}(j;\alpha_1-\alpha_2) + \\ + \ldots$$

la famille de tous les diagrammes propres à une particule pris entre les temps α_1 et α_2 . Par définition un diagramme propre ou irréductible à une particule $s_n^{(1)}(j;\alpha_1-\alpha_2)$ est un diagramme lié, avec une seule ligne entrante et une seule ligne sortante d'indice j , tel qu'on ne puisse le séparer en deux diagrammes irréductibles du même type par la coupure d'une ligne interne quelconque. On peut réordonner le développement en diagrammes du propagateur à une particule selon la série géométrique en puissance de $S^{(1)}$, figure 2.3. On remarque que le développement entre parenthèse n'est autre que celui de la fonction de Green $G^{(1)}(j;\alpha-v)$, d'où l'équation intégrale, dite de

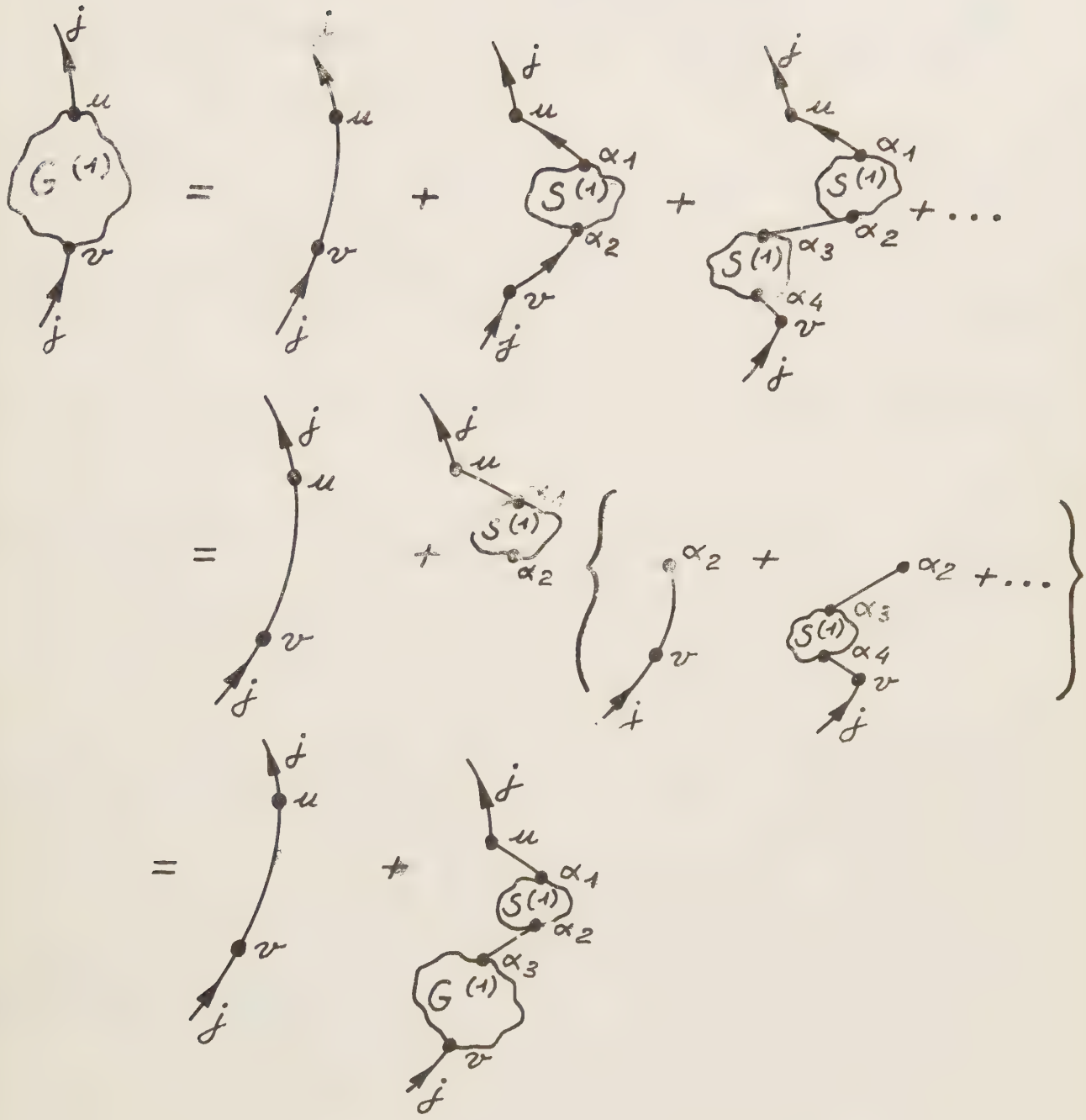


Figure 2.3

Dyson (M. Gell-Mann et F. Low [35])

$$G^{(1)}(j;u-v) = G_0^{(1)}(j;u-v) + G_0^{(1)}(j;u-\alpha_1)\, S^{(1)}(j;\alpha_1-\alpha_2) \times G^{(1)}(j;\alpha_2-v). \qquad (2.10)$$

Les temps répétés sont intégrés de $-\infty$ à $+\infty$.

Pour la fonction de Green à deux particules

$$G^{(2)}(j_1 u_1; j_2 u_2; j_3 u_3; j_4 u_4) = -\langle f | T\{\eta_{j_1}(u_1)\eta_{j_3}(u_3)\eta_{j_2}^{+}(u_2)\times$$

$$\times \eta_{j_4}^{+}(u_4)\}|f\rangle = \langle f | T\{\eta_{j_1}(u_1)\eta_{j_2}^{+}(u_2)\eta_{j_3}(u_3)\eta_{j_4}^{+}(u_4)\}|f\rangle,$$

(2.11)

on obtient un développement diagrammatique analogue en utilisant les propagateurs vrais à une particule $G^{(1)}$ et en introduisant la famille $S^{(2)}(j_1 u_1; j_2 u_2; j_3 u_3; j_4 u_4)$ des diagrammes propres à deux particules $s_n^{(2)}(\delta_1 u_1; \delta_2 u_2; \delta_3 u_3; \delta_4 u_4)$. Ce sont des diagrammes à deux lignes entrantes et deux lignes sortantes indicées $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$, aux temps u_1, u_2, u_3, u_4 respectivement, tels qu'on ne puisse les séparer en deux diagrammes du même type par coupure de deux lignes internes quelconques.

Comme précédemment, on peut mettre $S^{(2)}$ en facteur

d'une série qui n'est autre, à un terme près, que le développement de $G^{(2)}$, d'où l'équation intégrale (D.J. Thouless [23])

$$G^{(2)}(1,2,3,4) = G^{(1)}(1-2)\,G^{(1)}(3-4) - G^{(1)}(1-4)\,G^{(1)}(3-2)$$

$$- G^{(1)}(1-5)\,G^{(1)}(6-2)\,S^{(2)}(5,6,7,8)\left\{G^{(2)}(8,7,3,4) - G^{(1)}(8-7)\,G^{(1)}(3-4)\right\} \qquad (2.12)$$

On a utilisé la notation condensée $G^{(1)}(1-2)$ pour $G^{(1)}(j_1; u_1-u_2)\,\delta_{j_1 j_2}$. Les sommations sur les indices répétés portent maintenant non seulement sur les temps intermédiaires mais également sur les états individuels j_7, j_8.

La fonction de Green trou-particule $G^{(2)}_{tp}(1,2,3,4)$ est une forme particulière de $G^{(2)}(1,2,3,4)$ avec la condition imposée aux temps:

$$u_1, u_2 > u_3, u_4$$

ou bien

$$u_3, u_4 > u_1, u_2$$

Pour ce cas particulier l'expression intégrale précédente prend une forme plus simple:

$$G^{(2)}_{tp}(1,2,3,4) = - G^{(1)}(1-4)\, G^{(1)}(3-2) -$$

$$- G^{(1)}(1-5)\, G^{(1)}(6-2)\, S^{(2)}(5,6,7,8)\, G^{(2)}_{tp}(8,7,3,4).$$

(2.13)

6. Formulation indépendante du temps.

L'équation intégrale pour le propagateur à une particule ou à un trou est un produit de convolution, de sorte que la transformée de Fourier $\mathcal{G}^{(1)}(j;\omega)$ de $G^{(1)}(j;u)$ est donnée par

$$\mathcal{G}^{(1)}(j;\omega) = \mathcal{G}_o^{(1)}(j;\omega) + \mathcal{G}_o^{(1)}(j;\omega)\, \mathcal{S}^{(1)}(j;\omega)\, \mathcal{G}^{(1)}(j;\omega) \tag{2.14}$$

où $\mathcal{S}^{(1)}(j;\omega)$ est la transformée de Fourier de $S^{(1)}(j;u)$ et $\mathcal{G}_o^{(1)}(j;\omega)$ celle de la T -contraction (2.6):

$$\mathcal{G}_0^{(1)}(j;\omega) = \frac{P_j}{\tilde{\varepsilon}_j - \omega - i\delta} - \frac{(1-P_j)}{\tilde{\varepsilon}_j + \omega - i\delta} \cdot$$

$$\delta > 0, \text{ réel, petit.} \qquad (2.15)$$

Alors que les pôles de $\mathcal{G}_0^{(1)}(j;\omega)$ sont les énergies de Hartree-Fock, ceux de $\mathcal{G}^{(1)}(j;\omega)$ sont les fréquences $E_n - E_f$ d'un système à $A+1$ ou $A-1$ particules, d'énergie E_n, obtenu en ajoutant une particule ou un trou dans l'état j à A particules ayant pour fondamental vrai $|f>$ d'énergie E_f . En effet d'après (2.9)

$$\mathcal{G}^{(1)}(j;\omega) = \sum_n \frac{<f|\eta_j|n><n|\eta_j^+|f>}{E_n - E_f - \omega - i\delta} \qquad (2.16)$$

$$- \sum_{n'} \frac{<f|\eta_j^+|n'><n'|\eta_j|f>}{E_{n'} - E_f + \omega - i\delta} \cdot$$

L'équation intégrale pour le propagateur particule-trou n'a pas la forme d'un produit de convolution. Pour pouvoir intégrer simplement, il faut imposer la restriction supplémentaire sur les temps intermédiaires

$$u_5 = u_6 = u'' \quad et \quad u_7 = u_8 = u' \tag{2.17}$$

Dans ces conditions $S^{(2)}$ n'est plus fonction que de la différence $u''-u'$ et, par conséquent, $G^{(2)}$ n'est plus fonction que de $u - u_o$, en posant $u = u_1 = u_2$

et $u_o = u_3 = u_4$.

Cette approximation sur les temps revient à ne conserver que les diagrammes irréductibles où l'on entre (et sort) en des temps égaux, figure 2.4.

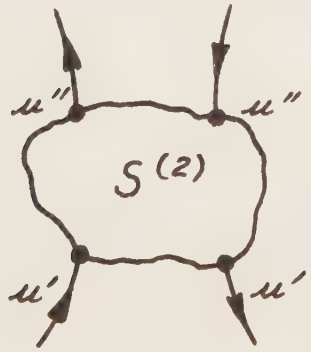


Figure 2.4

Soit $i\mathcal{S}^{(2)}(i,j,n,p;\omega)$ et $i\mathcal{G}_{tp}^{(2)}(i,j,k,l;\omega)$ les transformées de Fourier de $S^{(2)}(i,j,n,p;u''-u')$ et de $G_{tp}^{(2)}(i,j,k,l;u-u_o)$. La transformée de Fourier du propagateur trou-particule vérifie l'équation

$$\mathcal{G}^{(2)}_{tp}(i,j,k,l;\omega) = -\mathcal{F}(i,j;\omega)\left\{\delta_{il}\,\delta_{jk} - \sum_{np} S^{(2)}(i,j,n,p;\omega)\,\mathcal{G}^{(2)}_{tp}(p,n,k,l;\omega)\right\}.$$

(2.18)

Dans cette expression $i\,\mathcal{F}(i,j;\omega)$ est la transformée de Fourier du produit $G^{(1)}(i,u)\,G^{(1)}(j,-u)$:

$$\mathcal{F}(i,j;\omega) = \sum_{nn'} \frac{\langle f|\eta_i|n\rangle\langle n|\eta_i^+|f\rangle\langle f|\eta_j^+|n'\rangle\langle n'|\eta_j|f\rangle}{(E_n - E_f) + (E_{n'} - E_f) - \omega - i\,\delta}$$

$$+ \sum_{nn'} \frac{\langle f|\eta_j|n\rangle\langle n|\eta_j^+|f\rangle\langle f|\eta_i^+|n'\rangle\langle n'|\eta_i|f\rangle}{(E_n - E_f) + (E_{n'} - E_f) + \omega - i\,\delta}$$

(2.19a)

Si on fait l'approximation $G^{(1)} \sim G^{(1)}_0$

$$\mathcal{F}(i,j;\omega) = \frac{P_i\,(1-P_j)}{\tilde{\varepsilon}_i+\tilde{\varepsilon}_j-\omega-i\delta} + \frac{P_j\,(1-P_i)}{\tilde{\varepsilon}_i+\tilde{\varepsilon}_j+\omega-i\delta}\,, \tag{2.19b}$$

et le système 2.18 se met sous la forme matricielle suivante dans l'espace des configurations particule-trou et trou-particule [23]

$$(\mathcal{M}(\omega)-\nu\omega)\,\mathcal{G}^{(2)}_{tp}(\omega) = 1 \tag{2.20}$$

avec

$$\mathcal{M}(\omega) = (\tilde{\varepsilon}_i+\tilde{\varepsilon}_j)\,\delta_{ip}\,\delta_{jn} + \mathcal{P}^{(2)}(i,j,n,p;\omega) \tag{2.20a}$$

et

$$\nu = -P_i\,(1-P_j) + P_j\,(1-P_i) \tag{2.20b}$$

7. Relations entre le propagateur à un trou une particule et les observables du système.

A partir de la définition (2.11) on obtient la transformée de Fourier du propagateur particule-trou sous la forme

$$\mathcal{G}^{(2)}_{tp}(i,j,k,\ell;\omega) = \sum_{n\neq f} \frac{\langle f|\eta_i \eta_j^+|n\rangle\langle n|\eta_k \eta_\ell^+|f\rangle}{E_n - E_f - \omega - i\delta}$$

$$+ \sum_{n\neq f} \frac{\langle f|\eta_k \eta_\ell^+|n\rangle\langle n|\eta_i \eta_j^+|f\rangle}{E_n - E_f + \omega - i\delta} \qquad (2.21)$$

On voit que les pôles de $\mathcal{G}^{(2)}_{tp}$ sont les énergies E_n des états excités $|n\rangle$ du système de A particules rapportées à l'énergie du fondamental vrai E_f .

Les pôles de $\mathcal{G}^{(2)}_{tp}$ correspondent au cas où l'équation inhomogène (2.20) n'a pas de solution, c'est-à-dire:

$$\det\left(\mathcal{M}(\omega) - \nu\omega\right) = 0$$

Dans ce cas, il existe un vecteur X vérifiant le système séculaire

$$\mathcal{M}(\omega)X = \nu\omega X \qquad (2.22)$$

On suppose que les vecteurs $X^{(n)}$ forment une base, ce qui implique une forme particulière de $\mathcal{M}(\omega)$, (Cf. Chap. III).

Le résidu de $\mathcal{G}^{(2)}_{tp}(\alpha,\beta,\gamma,\delta;\omega)$ en $\omega = E_n - E_f$, d'après l'équation 2.21, est égal à

$$\langle f | \eta_\alpha \eta_\beta^+ | n \rangle \langle n | \eta_\gamma \eta_\delta^+ | f \rangle .$$

D'après l'équation 2.22, il est aussi égal à

$$X^{(n)+}_{\alpha\beta} X^{(n)}_{\gamma\delta} ,$$

de sorte que pour l'opérateur à un corps $\mathcal{O}$

$$\mathcal{O} = -\sum_{\alpha\beta} \langle \beta | \mathcal{O} | \alpha \rangle \eta_\alpha \eta_\beta^+ ,$$

on a

$$|\langle n | \mathcal{O} | f \rangle|^2$$

$$= \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \beta | \mathcal{O} | \alpha \rangle \langle \delta | \mathcal{O} | \gamma \rangle \langle f | \eta_\alpha \eta_\beta^+ | n \rangle \langle n | \eta_\gamma \eta_\delta^+ | f \rangle$$

$$= \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \beta | \mathcal{O} | \alpha \rangle \langle \delta | \mathcal{O} | \gamma \rangle X^{(n)+}_{\alpha\beta} X^{(n)}_{\gamma\delta} . \qquad (2.23)$$

Le vecteur $X^{(n)}$ peut être considéré comme une représentation de la fonction d'onde de l'état $|n\rangle$.

C H A P I T R E III

L'APPROXIMATION PARTICULE-TROU GENERALISEE

1.- Introduction.

La fonction de Green particule-trou (2.13) est particulièrement bien adaptée à la description d'un système non dégénéré. En effet nous avons vu (Chap. II § 7) que ses pôles sont les fréquences de ce système et que les résidus correspondants permettent de calculer la valeur d'opérateurs à un corps entre l'état fondamental et les états excités (2.23). L'approximation la plus simple de $G^{(2)}_{tp}$ consiste à ne garder dans son expression intégrale (2.13) que les diagrammes irréductibles trou-particule comportant un seul vertex (§ 2). C'est l'approximation particule-trou généralisée, justifiée dans la limite des fortes densités [21]. L'introduction de diagrammes irréductibles plus compliqués conduit immédiatement à de grandes difficultés. Nous donnons l'exemple de l'approximation à "un phonon" (§ 3), correspondant à l'interaction non locale d'une particule et d'un trou par l'intermédiaire de l'excitation d'états du système

calculés à l'approximation précédente. On comprend mieux les implications physiques de l'approximation particule-trou généralisée en remarquant que le problème séculaire auquel elle conduit est également celui de la méthode de Hartree-Fock dépendante du temps [12,15,16] (§ 4). Cette dernière implique l'existence d'un potentiel nucléaire dépendant du temps, qui varie lentement par rapport aux périodes caractéristiques des nucléons, les fluctuations par rapport au potentiel statique étant d'amplitude faible. C'est précisément l'hypothèse adiabatique postulée par le modèle unifié. Nous étudions ensuite les propriétés formelles de la solution du problème séculaire de l'approximation particule-trou [11] (§ 5). La réalité des valeurs propres entraîne la stabilité de la solution du problème de Hartree-Fock [23] (§ 6), quant aux vecteurs propres ils vérifient un théorème concernant le calcul des règles de somme [20,24] (§ 7). L'état dipolaire $T = 0$ non physique [36] est une solution du système séculaire pour la valeur propre 0 [12] (§ 8) ; il est donc orthogonal aux solutions correspondant aux états vrais. Enfin, un modèle schématique, consistant à prendre une constante pour l'interaction, montre comment l'approximation particule-trou généralisée conduit à des états de nature collective [37] (§ 9).

2.- Itération de l'interaction particule-trou.

Les diagrammes propres particule-trou les plus simples contribuant à $\mathcal{S}^{(2)}(i,j,n,p;\omega)$, équ. 2.18, sont les

diagrammes de l'interaction résiduelle comportant deux lignes de trous et deux lignes de particules. La figure 3.1 donne ces diagrammes dans l'espace des configurations particule-trou $|Aa\rangle$, $A \notin F$ et $a \in F$, ainsi que leur contribution qui est indépendante de l'énergie.

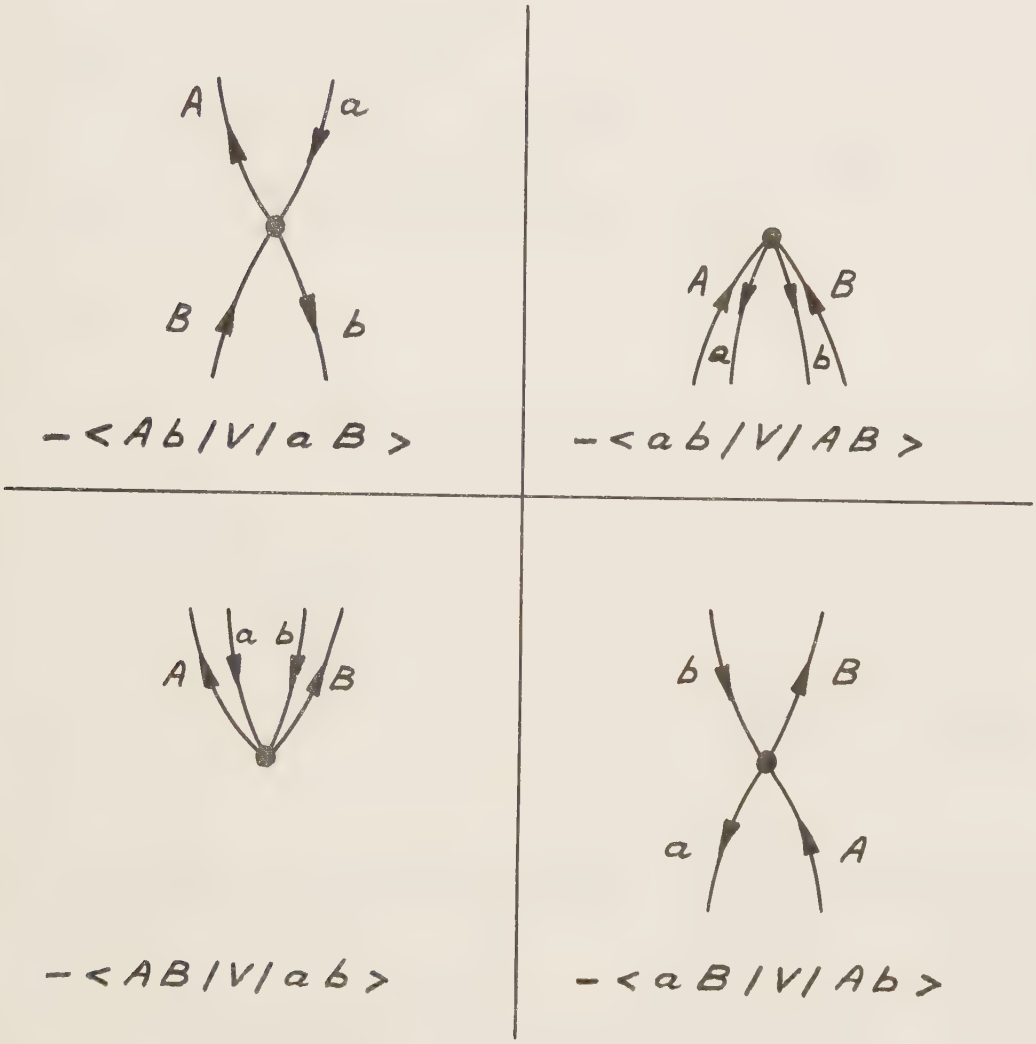


Figure 3.1

Comme

$$\langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle = \langle \gamma\delta | V | \alpha\beta \rangle^{*},$$

$$\langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle = \langle \beta\alpha | V | \delta\gamma \rangle,$$

la matrice $\mathcal{M}(\omega) \equiv \mathcal{M}$ de 2.20a prend la forme

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{B}^{*} & \mathcal{A}^{*} \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

avec

$$\mathcal{A} = (\tilde{\varepsilon}_{A} + \tilde{\varepsilon}_{a})\,\delta_{AB}\,\delta_{ab} - \langle Ab | V | aB \rangle \tag{3.1a}$$

et

$$\mathcal{B} = - \langle ab | V | AB \rangle \tag{3.1b}$$

Les propriétés des solutions du problème particulier de valeurs propres

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{B}^{*} & \mathcal{A}^{*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \omega r \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X_1 \\ -X_2 \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

sont données au paragraphe 5. Le système 3.2 constitue dans ce qui suit l'Approximation II. Nous l'appellerons également Approximation particule-trou généralisée car elle correspond à la resommation de la sous-série particulière des diagrammes en anneaux de la figure 3.2, dans laquelle on peut avoir en un temps donné un nombre impair quelconque de paires excitées particule-trou. Par contre avec l'Approximation I qui ne conserve que la matrice **A** de 3.22 on resomme uniquement la sous-série des diagrammes de la figure 3.3 ne comportant en tout instant qu'une seule paire particule-trou excitée. Sur ces diagrammes on voit que l'Approximation II rend compte partiellement de corrélations dans l'état fondamental.

Figure 3.2

Figure 3.3

Dans la théorie du gaz d'électrons [21], à la limite des très fortes densités, $\rho \to \infty$, les moments de transfert, en

imposant des restrictions sur le domaine d'intégration dans l'espace des impulsions, jouent le rôle d'infiniment petits. Les diagrammes de la figure 3.2 qui ne comportent qu'un seul moment de transfert représentent donc à tous les ordres les contributions prépondérantes à $G^{(2)}_{tp}$. Dans le cas de la matière nucléaire, la densité est de l'ordre de l'unité et l'argument précédent perd beaucoup de sa valeur. Néanmoins l'existence d'un potentiel moyen montre que la matière nucléaire conserve certaines caractéristiques de forte densité et il est raisonnable d'espérer qu'une des contributions les plus importantes à $G^{(2)}_{tp}$ provient de la sous-série des diagrammes en anneaux de la figure 3.2.

3.- Un exemple d'approximation d'ordre supérieur : l'approximation à un phonon.

Les termes négligés de l'interaction résiduelle du type de la figure 3.4 (trois lignes de trous ou trois lignes de particules) donnent comme contribution la plus simple le diagramme irréductible de la figure 3.5. Sur celui-ci $G^{(2)'}_{tp}$ est le propagateur particule-trou calculé à l'approximation précédente (§ 2). Les propagateurs libres $G^{(1)}_{o}(u-v)$ sont introduits pour que le diagramme propre vérifie la condition 2.17 sur les temps. Ce diagramme peut être assimilé à une interaction non locale entre une particule et un trou par l'intermédiaire d'excitations du système à un seul moment de transfert ou "phonons". Entre la création en u'' et l'annihilation en u'' du phonon $G^{(2)'}_{tp}$, la condition 2.17 empêche la création ou

l'annihilation d'un autre phonon.

Figure 3.4

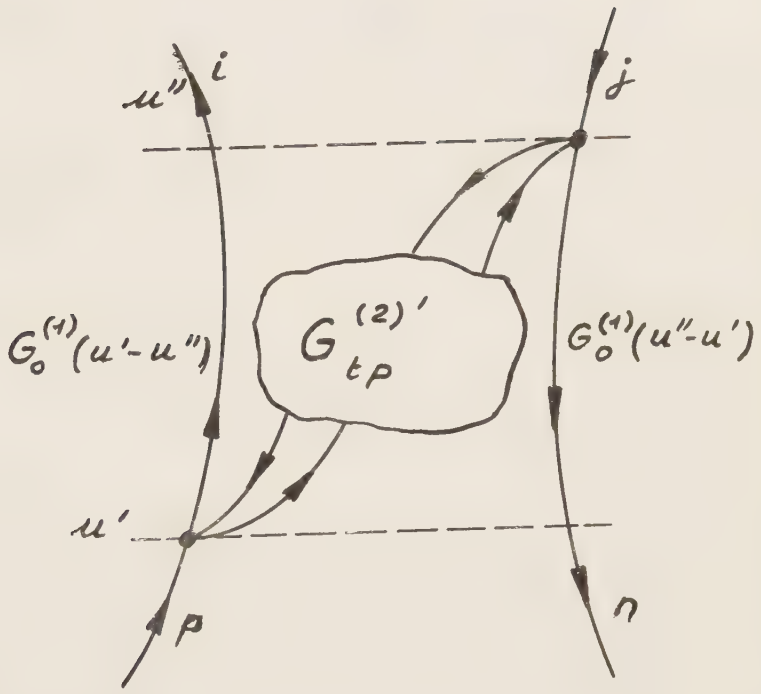


Figure 3.5

La transformée de Fourier du diagramme représenté est :

$$\Phi(i,j,n,p;\omega) = \sum_N \left\{ P_i (1-P_j) P_p (1-P_n) \left(\frac{1}{\tilde{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_n + \omega'_N - \omega - i\delta} \right.\right.$$

(3.3)

$$\left. + \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_p + \tilde{\varepsilon}_j + \omega'_N - \omega - i\delta} \right) + P_j (1-P_i) P_n (1-P_p) \left(\frac{1}{\tilde{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_n - \omega'_N - \omega - i\delta} \right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_p + \tilde{\varepsilon}_j - \omega'_N - \omega - i\delta} \right) \right\} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle j\alpha | V | n\beta \rangle \, X_{\alpha\beta}^{(N)'+} X_{\gamma\delta}^{(N)'} \langle p\gamma | V | i\delta \rangle$$

La somme sur N porte sur les états du système, calculés à l'approximation particule-trou généralisée ; les fréquences $\omega'_N = E_{N'} - E_f$ et les vecteurs propres $X^{(N)'}$ sont donnés par la solution préalable de 3.2. Le potentiel $\Phi(i,j,n,p;\omega)$, correspondant à une interaction non locale pour deux nucléons dans le système nucléaire, est ajouté au potentiel particule-trou de la figure 3.1 pour donner un problème séculaire du type 2.22 soluble uniquement par itération successive des valeurs propres.

4.- Le postulat adiabatique.

Le système séculaire 3.2 de l'approximation particule-trou généralisée peut également être obtenu dans le cadre d'une méthode de Hartree-Fock qui tienne compte de l'hypothèse adiabatique. Celle-ci postule que le champ self-consistant est lentement variable dans le temps par rapport aux temps caractéristiques des nucléons. Les fonctions de Hartree-Fock sont maintenant des fonctions du temps. Comme elles sont complètement déterminées par leurs matrices densités à un corps $\rho_{\alpha\beta}(t)$, il suffit de considérer les équations du mouvement pour ces dernière (M. Baranger [12])

$$-i\,\frac{\partial \rho_{\alpha\beta}(t)}{\partial t} = \langle F(t) / \eta_\alpha^+ \eta_\beta\, H - H\, \eta_\alpha^+ \eta_\beta / F(t) \rangle , \qquad (3.4)$$

avec les conditions supplémentaires

$$\rho^2(t) = \rho(t) \qquad \text{et} \qquad tr.\rho(t) = A.$$

Les équations pour $\rho(t)$ peuvent s'écrire

$$i\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -[\rho, T+\Gamma] \tag{3.5}$$

Elles sont non linéaires puisque le potentiel de Hartree-Fock Γ est lui-même fonction de $\rho(t)$. Le véritable $\rho(t)$ est harmonique et cette non-linéarité provient de l'approximation de Hartree-Fock faite sur la forme de la fonction d'onde pour obtenir 3.5. Pour obtenir un spectre discret d'énergies, il faut linéariser le système précédent en posant

$$\rho_{\alpha\beta}(t) = \rho^{\circ}_{\alpha\beta} + X_{\alpha\beta}(t) \tag{3.6}$$

où $\rho^{\circ}_{\alpha\beta}$ est la matrice densité relative à l'état de Hartree-Fock du problème statique. Si cette linéarisation (3.6) est une mauvaise approximation des solutions de 3.5, cela signifie que les équations 3.5 de la méthode de Hartree-Fock dépendante du temps fortement non linéaires sont elles-mêmes

une mauvaise approximation du vrai problème.

En utilisant les matrices densités ρ^0 pour le calcul du potentiel de Hartree-Fock $T+\Gamma$ on obtient le système

$$i\frac{\partial X(t)_{\alpha\beta}}{\partial t} = \sum_n \langle \alpha | T+\Gamma | n \rangle X(t)_{n\beta} - \sum_m X(t)_{\alpha m} \langle m | T+\Gamma | \beta \rangle \tag{3.7}$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{sm}\left(\sum_n \langle \alpha s | V | n m \rangle \rho^0_{n\beta} - \sum_r \rho^0_{\alpha r} \langle r s | V | n m \rangle\right) X(t)_{sm} .$$

On doit y ajouter les conditions

$$tr.\, X(t) = 0, \qquad \text{pour que } Tr\,\rho(t) = A ; \tag{3.8a}$$

$$X(t) = \rho^0 X(t) + X(t)\rho^0, \qquad \text{pour que } \rho(t)^2 = \rho(t) . \tag{3.8b}$$

La condition 3.8b montre que si les états individuels α et β sont tous deux au-dessus ou au-dessous de la mer de Fermi alors $X(t)_{\alpha\beta} = 0$ dans une représentation de Hartree-Fock qui diagonalise $T+\Gamma$ et ρ^0 . Dans cette représentation, en tenant compte de l'harmonicité de $X(t)$ et en mettant en

évidence les indices de trous et de particules le système 3.6 devient

$$\omega_n X^{(n)}_{Aa} = (\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a)\,\delta_{AB}\,\delta_{ab}\,X^{(n)}_{Aa} - \sum_{Bb} \langle Ab/V/aB\rangle X^{(n)}_{Bb}$$
$$- \sum_{Bb} \langle AB/V/ab\rangle X^{(n)}_{bB},$$
$$-\omega_n X^{(n)}_{aA} = (\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a)\,\delta_{AB}\,\delta_{ab}\,X^{(n)}_{aA} - \sum_{Bb} \langle aB/V/Ab\rangle X^{(n)}_{bB} \qquad (3.9)$$
$$- \sum_{Bb} \langle ab/V/AB\rangle X^{(n)}_{Bb},$$

ce qui n'est autre que le système 2.2 de l'approximation particule-trou généralisée, lorsqu'on utilise les propagateurs libres $G_o^{(1)}$ pour le calcul de $\mathcal{F}(i,j\,;\,\omega)$ (Cf. 2.19b).

5.- Propriétés formelles des solutions de l'approximation particule-trou généralisée.

Nous avons le problème de valeurs propres et de vecteurs propres particuliers (Claude Bloch [39])

$$\mathcal{M}\,X = \omega\,\mathcal{N}\,X,$$

où $\mathcal{M}$ est la matrice hermitique (3.1) et $\mathcal{N}$, définie en 2.20b, joue le rôle d'une métrique dans le sous-espace des

configurations particule-trou et trou-particule

$$\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (3.10)$$

a)- Si n est la dimension du sous-espace restreint de configurations particule-trou choisi (ordre des matrices $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$) le problème séculaire

$$det.\,(\mathcal{M} X - \omega \nu X) = 0$$

admet $2n$ valeurs propres.

b)- Si ω est valeur propre, ω^* est valeur propre, les coefficients du système étant réels.

c)- Si ω est complexe, le vecteur propre correspondant est de longueur nulle

d)- Si $\omega_{n_1}^* \neq \omega_{n_2}$ alors $X^{(n_1)}$ est orthogonal à $X^{(n_2)}$

$$X^{(n_1)*}\, \nu\, X^{(n_2)} = 0$$

e)- Si $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$ est vecteur propre alors $Y = \begin{pmatrix} X_2^* \\ X_1^* \end{pmatrix}$ est vecteur propre correspondant à la valeur propre opposée.

On déduit de ce qui précède qu'à la valeur propre ω

est associée la valeur propre $-\omega$ si elle est réelle ou imaginaire, et les valeurs propres $-\omega$, ω^* , $-\omega^*$ si elle est complexe.

Cas particulier : toutes les valeurs propres sont réelles et distinctes $(\omega \neq 0)$

On a $2n$ vecteurs propres $X^{(i)}$ tels que :

$$X^{(i)+} \vee X^{(j)} = 0 \qquad (3.11a)$$

En les normant à l'unité

$$X^{(i)+} \vee X^{(i)} = 1 \qquad \text{si} \quad i = 1 \ldots, n,$$

correspondant aux valeurs propres $\omega_i > 0$ et

$$X^{(i)+} \vee X^{(i)} = -1 \quad \text{si} \quad i = n+1 \ldots, 2n \qquad (3.11b)$$

correspondant aux valeurs propres $\omega_i < 0$. Ces $2n$ vecteurs sont linéairement indépendants. En effet pour que

$$X^{(j)+} \vee \sum_{i=1}^{2n} c_i X^{(i)} = X^{(j)+} \vee c_j X^{(j)} = 0,$$

il faut nécessairement $C_j = 0$ pour tout j .

Enfin, on a la relation d'orthogonalité généralisée

$$\sum_{i=1}^{n} X^{(i)+}_{\otimes} X^{(i)} - \sum_{j=n+1}^{2n} X^{(j)+}_{\oplus} X^{(j)} = \mathcal{V}. \qquad (3.11c)$$

6.- <u>Condition de stabilité et réalité des valeurs propres</u>.

Afin que l'application du principe variationnel conduise à un minimum de l'énergie du fondamental, il faut que les variations secondes de $\langle F|H|F\rangle$ soient positives (Cf. 1.20).

Pour que cette condition de stabilité de la solution de Hartree-Fock soit vérifiée D.J. Thouless [40] a montré qu'il faut et qu'il suffit que la matrice $\mathcal{M}$ de l'approximation particule-trou généralisée 3.1 définisse un problème séculaire du type

$$\mathcal{M} \begin{pmatrix} C \\ C^* \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} C \\ C^* \end{pmatrix}, \qquad (3.12)$$

dont toutes les valeurs propres soient réelles.
Soit la matrice $\mathcal{P}$ qui permute les composantes X_1 et X_2

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Si X est un vecteur propre solution de 3.9, les vecteurs $(X+\mathcal{P}X^*)$ et $i(X-\mathcal{P}X^*)$, dont l'un au moins est non nul, sont solutions de 3.12. Comme $\mathcal{P}\mathcal{M}\mathcal{P}=1$, on obtient, en imposant à la valeur moyenne de $\mathcal{M}$ prise sur ces vecteurs d'être positive, la condition de stabilité sous la forme :

$$\omega\,(X^+ \nu X) > 0 \qquad (3.13)$$

ce qui entraîne ω réel (§ 5).

7.- <u>Un théorème sur l'évaluation des règles de somme</u>.

Soit la règle de somme (R.G. Sachs et N. Austern [41])

$$2\sum_n |\langle f|\mathcal{O}|n\rangle|^2 (E_n - E_f) = \langle f|[\mathcal{O},[H,\mathcal{O}]]|f\rangle, \qquad (3.14)$$

où $\mathcal{O}$ est un opérateur à un corps. Le double commutateur de $\mathcal{O}$ avec H peut être un opérateur simple ou même un nombre pur, ce qui permet l'évaluation du terme de droite. Par exemple si $\mathcal{O}$ est l'opérateur électrique dipolaire

$$\mathcal{O} = e\,(1+\tau_z)(z - z_{c.m.})$$

son double commutateur avec l'énergie cinétique est un nombre pur (m = masse d'un nucléon)

$$[\mathcal{O}, [T, \mathcal{O}]] = \frac{NZ}{A} \frac{e^2\hbar^2}{m}$$

Si l'interaction est locale, sans échange, elle commute avec $\mathcal{O}$ de sorte que dans cette approximation la règle de somme dipolaire électrique est

$$2\sum_n |\langle f|\mathcal{O}(E1)|n\rangle|^2 (E_n - E_f) = \frac{NZ}{A} \frac{e^2\hbar^2}{m} \qquad (3.15)$$

L'écart entre la règle de somme expérimentale et ce résultat provient des termes d'échange (J.S. Levinger et H.A. Bethe [42]).

<u>Théorème</u> : Si on évalue (Cf. 2.23) :

$$\sum_n |\langle f|\mathcal{O}|n\rangle|^2 (E_n - E_f) = \sum_n \sum_{\substack{\alpha\beta \\ \gamma\delta}} \langle\beta|\mathcal{O}|\alpha\rangle X^{(n)+}_{\alpha\beta} X^{(n)}_{\gamma\delta} \langle\delta|\mathcal{O}|\gamma\rangle \times (E_n - E_f),$$

à l'aide des vecteurs $X^{(n)}$ solution des équations de l'approximation particule-trou généralisée, on obtient le même résultat qu'en évaluant la valeur moyenne du double commutateur de 3.14 avec la fonction de Hartree-Fock $|F\rangle$ (D.J. Thouless [23]).

Corrolaire : Si le double commutateur est un nombre pur, les solutions de l'approximation particule-trou généralisée satisfont exactement à la règle de somme (3.14).

8.- Les états non physiques.

L'utilisation de fonctions d'onde de particules indépendantes introduit un degré de liberté supplémentaire [36] : celui qui est associé aux mouvements du centre de masse du système dans le potentiel moyen. Les états non physiques correspondants sont obtenus en faisant agir l'opérateur impulsion totale $\vec{P}$ sur le fondamental. Pour un noyau à couches complètes ces états ont donc un moment angulaire 1, une parité $\pi = -1$ et un spin isotopique $T = 0$ (les neutrons et les protons se déplacent en phase). Dans les calculs du type modèle des couches ordinaires (Cf. Approximation I), utilisant un puits moyen harmonique (ce qui permet de séparer la coordonnée du C.M.), l'état non physique perturbateur le plus bas est l'état $1p$. Si on ne prend pas soin de projeter les fonctions propres de H_0 en dehors de ce sous-espace non physique, la diagonalisation de la matière nucléaire donne des états 1^-, $T = 0$ qui contiennent tous une composante non physique.

Dans le cadre de l'approximation particule-trou généralisée, cette difficulté n'existe pas (M. Baranger [12], D.J. Thouless [23]).

Montrons qu'en appliquant une translation infinitésimale $\varepsilon \vec{P}$ aux matrices $\rho^0_{\alpha\beta}$ de l'état de Hartree-Fock

on obtient des matrices densités $(\bar{\rho})_{\alpha\beta}$ représentant l'état non physique solutions des équations de Hartree-Fock dépendant du temps (§ 4) (M. Baranger [12]). Les $(\bar{\rho})_{\alpha\beta}$ sont de la forme 3.6, et vérifient 3.8a et 3.8b. En effet

$$(\bar{\rho})_{\alpha\beta} = \rho^{\circ}_{\alpha\beta} + i\varepsilon \langle F | [\eta^{+}_{\alpha}\eta_{\beta}, P] | F \rangle$$

$$\text{avec } P = \sum_{mn} P_{mn}\, \eta^{+}_{m}\eta_{n}$$

$$(\bar{\rho})_{\alpha\beta} = \rho^{\circ}_{\alpha\beta} + i\varepsilon \langle F | \sum_{n} P_{\alpha n}\rho^{\circ}_{n\beta} - \sum_{m}\rho^{\circ}_{\alpha m} P_{m\beta} | F \rangle \qquad (3.16)$$

$$= \rho^{\circ}_{\alpha\beta} + X_{\alpha\beta}$$

Sur une base de Hartree-Fock diagonalisant ρ°

$$X_{ab} = X_{AB} = 0 \quad \text{et} \quad X_{aA} = i\varepsilon P_{aA},\ X_{Aa} = -i\varepsilon P_{Aa} \qquad (3.17)$$

de sorte qu'on a bien

$$Tr.\, X = 0 \qquad \text{et} \qquad X = X\rho^{\circ} + \rho^{\circ} X$$

La matrice densité linéarisée $(\bar{\rho})_{\alpha\beta}$ vérifie les équations

du mouvement (3.4) qu'on peut mettre sous la forme du système (3.9). Il lui correspond la valeur propre $\omega = 0$. En effet d'après le théorème précédent sur les règles de somme:

$$2\Sigma' |\langle f | \vec{P} | C.M' \rangle|^2 \omega' = \langle f | [P,[H,P]] | f \rangle = 0$$

D'après l'orthogonalité des vecteurs propres 3.11a, les solutions du problème séculaire de l'Approximation II pour des valeurs propres non nulles n'ont donc pas de composante non physique.

9.- Caractère collectif des solutions.

En appelant collectives des solutions qui sont éloignées des états du modèle en couches H_0 il est bien évident que les Approximations I et II conduisent à des solutions de ce type pour une interaction suffisamment forte.

Le comportement des valeurs propres, lorsque l'interaction v varie, est mis en évidence dans un modèle schématique[23] consistant à remplacer les éléments de matrice de v par une constante V . Le système (3.9) devient

$$(\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a - \omega) X^{(n)}_{Aa} = -V \sum_{Bb} (X_{Bb} + X_{bB}),$$

$$(\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a + \omega) X^{(n)}_{aA} = -V \sum_{Bb} (X_{bB} + X_{Bb}), \qquad (3.18)$$

$$a, b \in F; \quad A, B, \notin F.$$

Les valeurs propres sont données par :

$$\sum_{aA} \frac{2(\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a)}{[(\tilde{\varepsilon}_a + \tilde{\varepsilon}_A)^2 - \omega^2]} = -\frac{1}{V} \qquad (3.19)$$

La solution graphique (figure 3.6) montre que si V est petit les racines sont celles du modèle en couches. Par ailleurs :

si $V < 0$,une racine double est inférieure à tous les niveaux du modèle en couches.Lorsque $|V|$ croît,elle décroît jusqu'à 0 puis elle devient imaginaire.

si $V > 0$, une racine double est supérieure à tous les niveaux du modèle en couches. Elle croît lorsque V croît.

Les amplitudes associées à la solution $\omega_n (\omega_n > 0)$ sont de la forme

$$X^{(n)}_{Aa} = \frac{\mathcal{C}}{\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a - \omega_n}, \qquad X^{(n)}_{aA} = \frac{\mathcal{C}}{\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a + \omega_n}.$$

On a donc $X^{(n)}_{Aa} > X^{(n)}_{aA}$, c'est-à-dire avec les notations du paragraphe 2, $X_1 > X_2$. Par ailleurs si ω_n est proche d'une énergie du modèle en couches, une seule configuration contribue à $X^{(n)}$; si ω_n est au contraire très éloigné de tous les états d'énergie $\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a$ son vecteur propre devient un mélange des états de H_0 .

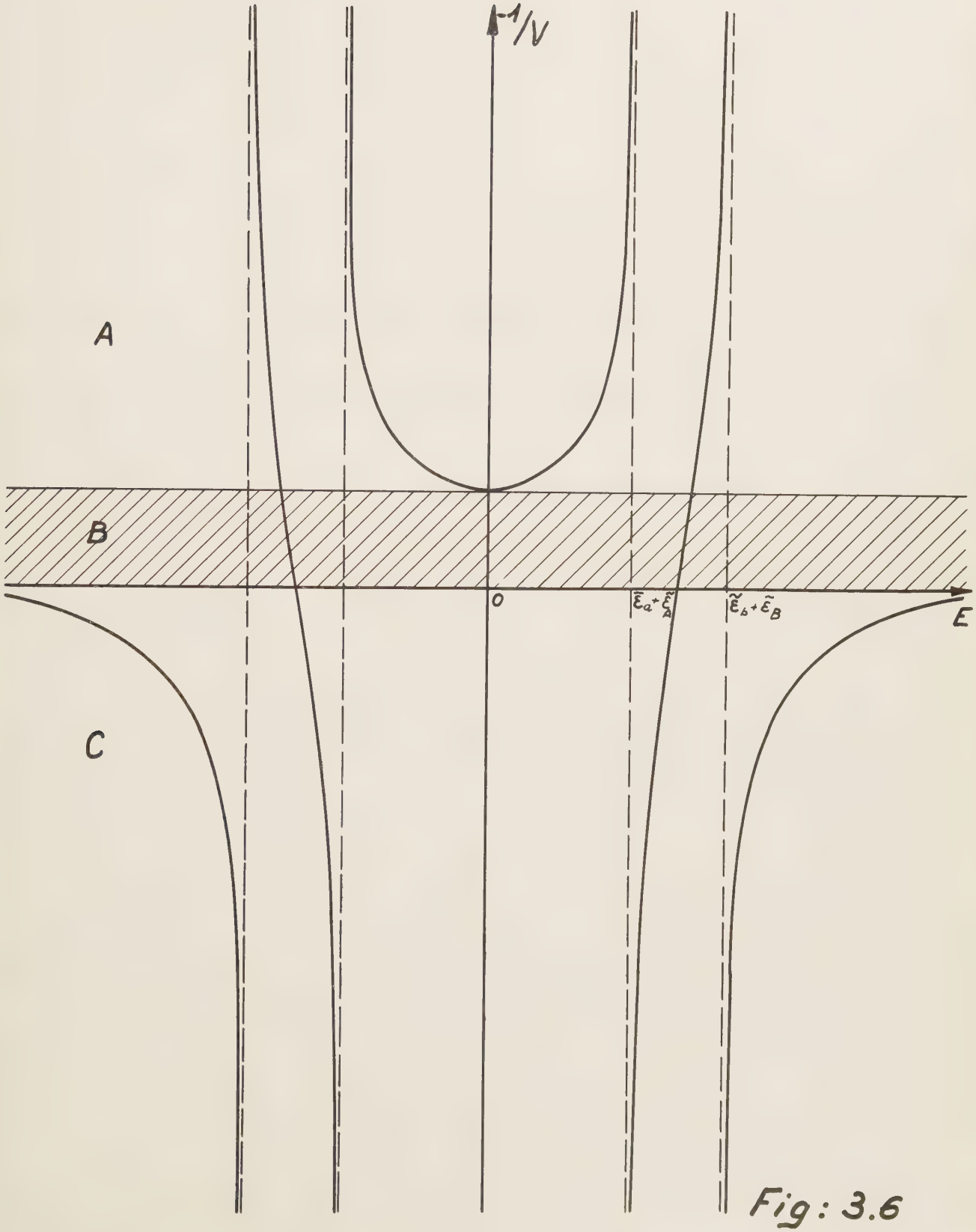

-1/V
A
B
C
0
$\tilde{\varepsilon}_a + \tilde{\varepsilon}_A$
$\tilde{\varepsilon}_b + \tilde{\varepsilon}_B$
E

Fig : 3.6

D E U X I E M E P A R T I E

APPLICATION A L'ETUDE DES SPECTRES DES NOYAUX A COUCHES COMPLETES

C H A P I T R E IV

FORMULATION DETAILLEE DU PROBLEME

1. - Introduction.

La formulation du problème comporte deux parties: la détermination des solutions du problème d'ordre zéro (énergies de Hartree-Fock et fonctions propres de particules indépendantes) puis la construction et la diagonalisation de la matrice nucléaire $\mathcal{M}$ définie en (1.22) ou en (3.2).

On fait l'hypothèse essentielle que certains niveaux expérimentaux des noyaux impairs voisins des noyaux à couches complètes précédents sont décrits avec une bonne approximation par une fonction d'onde de particules indépendantes (tout au

moins pour le dernier état individuel occupé). Cette hypothèse est conforme au postulat du modèle des couches et elle permet d'éviter la résolution explicite des équations de Hartree-Fock (1.19). Les $\tilde{\varepsilon}$ sont introduits phénoménologiquement (§ 2); quant aux fonctions d'onde de particule individuelles, elles sont approchées par celle de l'oscillateur harmonique (§ 3). Pour la construction de la matrice de l'opérateur d'interaction effective (§ 4), il est avantageux de se placer en couplage j-j (§ 5); les $\tilde{\varepsilon}$ contiennent l'énergie du couplage spin-orbite $\vec{l}.\vec{s}$. L'expression des éléments de matrice particule-trou dans cette représentation est calculée en considérant que le spin isotopique est un bon nombre quantique. Si l'indépendance de charge est bien vérifiée pour l'oxygène 16 comme on le montrera dans le chapitre V, il sera essentiel pour le calcium 40 de tenir compte du potentiel coulombien moyen afin d'obtenir un accord qualitatif avec l'expérience. On conservera néanmoins une représentation de spin isotopique déterminé pour la matrice $\mathcal{M}$; cette dernière prend une forme non diagonale simple (§ 7). Les fonctions propres obtenues ne sont pas adaptées au formalisme de réactions nucléaires faisant intervenir des conditions déterminées à la surface nucléaire. Par contre les transitions électromagnétiques, dépendant d'intégrales de volume, doivent pouvoir être obtenues avec une approximation raisonnable (§ 8). Enfin le problème de l'approximation particule-trou généralisée peut être mis sous la forme de deux problèmes séculaires d'ordre moitié, ce qui présente un certain nombre d'avantages (§ 9).

2. - Les énergies phénoménologiques de particule et de trou.

Conformément au modèle des couches, on fait l'hypothèse que le spectre de basse énergie des noyaux impairs voisins des noyaux à couches complètes étudiés est un spectre de particules indépendantes; c'est-à-dire que les énergies ont pour forme:

$$E^{(j)}_{A+1} = E^{(f)}_A + \tilde{\varepsilon}_j + m \quad \text{si } j \text{ est un état de particule} \qquad (4.1)$$

$$E^{(j)}_{A-1} = E^{(f)}_A + \tilde{\varepsilon}_j - m \quad \text{si } j \text{ est un état de trou}$$

$E^{(f)}_A$ est l'énergie du fondamental vrai du système de A fermions; m est l'énergie de masse d'un nucléon (à l'infini); $\tilde{\varepsilon}_j$ est l'énergie de Hartree-Fock de la particule ou du trou ajouté au système de A fermions. Sur les figures 4.2 à 4.5 les quantités portées $\omega^{(j)}_{A\pm1}$ sont les énergies observées des noyaux impairs rapportées au fondamental vrai du noyau à couches complètes voisin de A fermions, plus ou moins l'énergie de masse d'une particule

$$\omega^{(j)}_{A\pm1} = E^{(j)}_{A\pm1} - E^{(f)}_A \mp m \qquad (4.2)$$

Remarquons que

$\omega^{(a)}_{A-1} > 0$ pour tout état de trou $a \in F$

$\omega^{(A)}_{A+1} > 0$ si l'état de particule $A \notin F$ est non lié

$\omega^{(A)}_{A-1} < 0$ si l'état de particule $A \notin F$ est lié

L'énergie d'une configuration particule-trou est simplement la somme algébrique

$$\tilde{\varepsilon}_A + \tilde{\varepsilon}_a = \omega^{(A)}_{A+1} + \omega^{(a)}_{A-1} \qquad (4.3)$$

On voit que l'identification faite n'implique nullement que le fondamental vrai du système de A nucléons soit proche d'un état de Hartree-Fock. Il faut seulement que les états des noyaux impairs voisins, à $A \pm 1$ nucléons, soient de la forme $\xi^+_j |f>$ avec

$$H \xi^+_j |f> = (E^{(f)} + \tilde{\varepsilon}_j)\, \xi^+_j |f>$$

Figure 4.1

Cette hypothèse est conforme aux approximations particule-trou I et II. Celles-ci négligent en effet les termes de l'interaction comportant trois opérateurs de création ou de destruction (figure 4.1) qui seuls conduisent à un mélange de configurations pour les noyaux impairs.

La discussion des niveaux expérimentaux qui suit est faite en comparant leurs positions avec celles prévues par un modèle de particules indépendantes dans un potentiel intermédiaire entre le puits harmonique et le puits carré, dont la dégénérescence est levée par un terme de couplage spin-orbite, cf. M.G. Mayer et J.H.D. Jensen réf. 45 p. 58. Les valeurs expérimentales figures 4.2 à 4.5, sont extraites de F.Ajzenberg-Selove et T. Lauritsen [46].

a)- <u>Energies de particule et de trou pour le Carbone 12</u> (figure 4.2).

Elles sont données conformément à ce qui précède par les spectres de basse énergies du carbone 13 et du carbone 11 rapportés au fondamental du carbone 12 plus ou moins un neutron à l'infini. On a également porté les énergies d'excitation E^* rapportées au fondamental du noyau considéré.

Dans le cas du carbone 13, si on fait exception du niveau $3/2^-$ de 3.68 meV ($\tau < 3 \times 10^{-3}$ sec) qui ne peut être

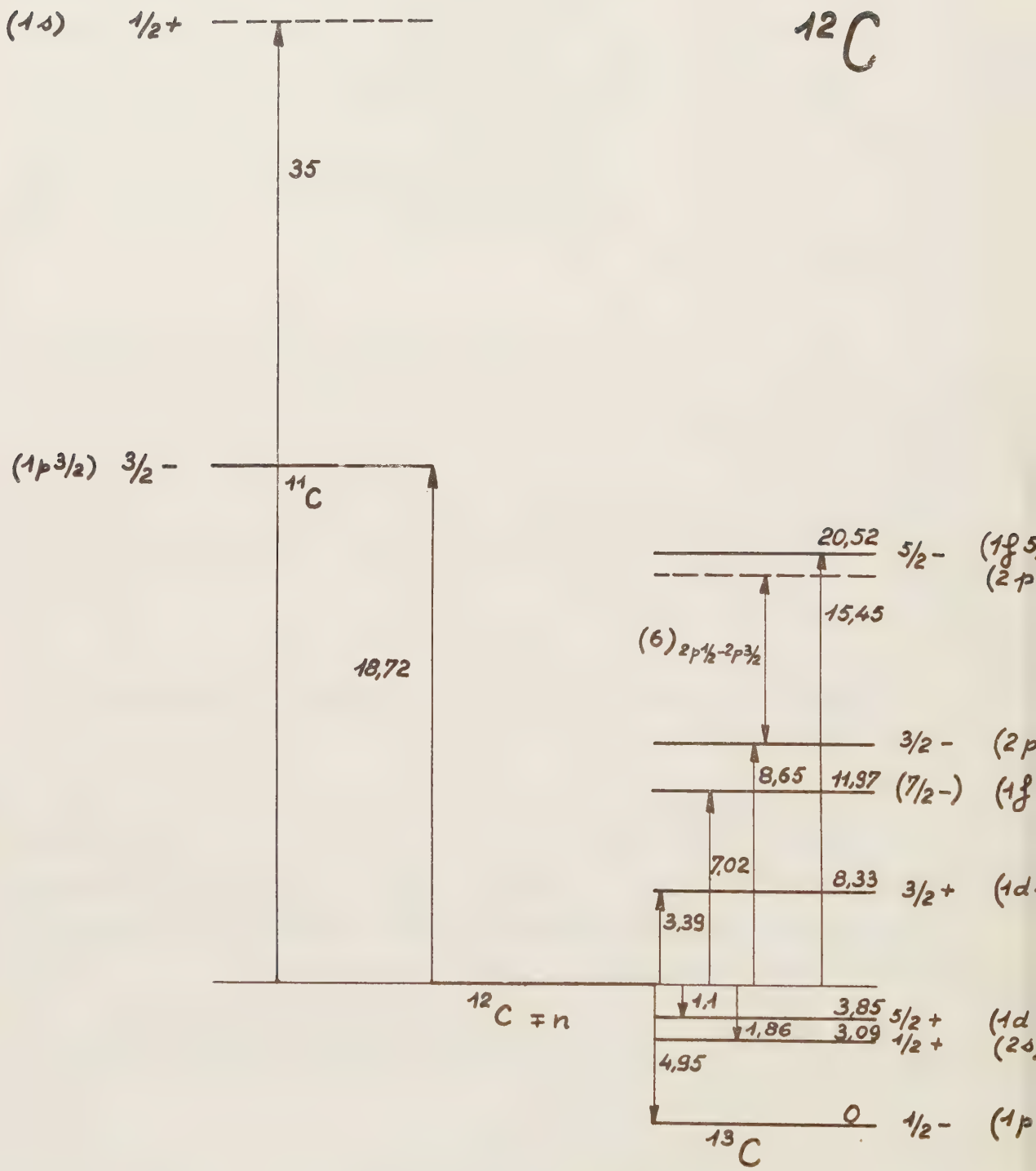

(1s) 1/2+
12C
35
(1p3/2) 3/2 -
11C
18,72
12C + n
20,52 5/2 -
15,45
(6) 2p1/2-2p3/2
3/2 -
8,65
11,97 (7/2-)
7,02
8,33 3/2+
3,39
1,1
3,85 5/2+
1,86
3,09 1/2+
4,95
0 1/2 -
13C

Fig : 4.2

expliqué que par un mélange de configurations, on a la séquence $1/2^-$ (fondamental du carbone 13), $1/2^+$ ($E^* = 3.09$ meV), $5/2^+$ ($E^* = 3.85$ meV), $3/2^+$ ($E^* = 8.33$ meV) qu'on identifie comme étant 1p1/2, 2s, 1d5/2, 1d3/2 respectivement. On remarque que les niveaux 2s et 1d5/2 ont une position relative inversée par rapport aux prédictions du schéma théorique [45]. L'état $5/2^+$ ($E^* = 6.86$ meV), réf.46 p. 138, a une largeur très faible. On remarque également que le $3/2^+$ est double (7.46 meV et 8.33 meV) et qu'on a retenu le second niveau dont la largeur ($\Gamma = 100$ keV) est vingt fois plus grande. Le $7/2^-$, $E^* = 11.97$ meV, peut encore raisonnablement être identifié avec l'état 1f7/2, mais il est surprenant de trouver un état $5/2^-$ presque dix meV plus haut ($E^* = 20.52$ meV) identifié par (d , n) qu'on associe ici à l'état de particule 1f5/2. L'état douteux $3/2^-$ de $E^* = 13.7$ meV est identifié comme étant 2p3/2. On lui associe un état 2p1/2 en ajoutant une énergie spin-orbite raisonnable de 6 meV, correspondant au doublet 1p1/2 - 1p3/2 dans O^{16}. La position relative des niveaux ainsi obtenus (1f7/2 très proche de 1p1/2 et le niveau 1f5/2 supérieur au 1p3/2) peut être attribué à des effets de bord carré, le puits carré abaissant plus les états de grand moment orbital que le puits harmonique [47].

Le fondamental $3/2^-$ du carbone 11 donne l'énergie de trou 1p3/2 soit 18.72 meV; quant à l'état de trou 1s, il ne peut qu'être grossièrement déduit des expériences (p, ^2p) de Uppsala [48]. Heureusement, par sa position très élevée ($E^* = 17.2$ meV, soit $\tilde{\varepsilon} = 35$ meV), il ne contribuera que peu à la plupart des niveaux calculés.

Les états impairs du carbone 12 feront intervenir l'état de trou 1p3/2 et les états de particule 2s, $5/2^+$ et $3/2^+$, tous raisonnablement identifiés. Pour les états pairs, dans la mesure où leur énergie est très inférieure à 25 meV correspondant aux premières configurations deux trous-deux particules, ils feront intervenir, outre l'état de trou 1p3/2 bien identifié, l'état 1p1/2. Si les états douteux 1f7/2, 2p3/2 etc... jouent un rôle important, l'approximation faite n'est par ailleurs plus valable; les energies des configurations correspondantes sont de l'ordre des énergies des configurations deux trous-deux particules.

b)- Energies de particule et de trou pour l'oxygène 16 (figures 4.3 et 4.4)

Le fondamental $5/2^+$ de l'oxygène 17 est un état pur 1d5/2 (I. Talmi et I. Una). On trouve ensuite la séquence $1/2^+$ (E^*= 0.87 meV), $3/2^+$ (E^*= 5.08 meV), conforme au schéma théorique [45] et correspondant aux états 2s et 1d3/2. Par contre pour les états p et f la situation est plus compliquée. cf. réf. 46 p. 224. On rencontre deux états $7/2^-$ pour E^*= 3.84 meV et 5.69 meV, puis d'autres états 7/2 de parité non déterminée à 7.65, 8.46, 8.96, 9.50 meV... L'état $3/2^-$ le plus bas à 4.55 meV est difficile à comprendre dans le cadre d'un modèle des couches. Par ailleurs, on a une suite de niveaux $3/2^-$ de 5 à 15 meV. Négligeant le $3/2^-$ de 7.72 meV dont l'identification expérimentale est incertaine, on a placé un $3/2^-$ dans la région des 8 meV où expérimentalement on en voit deux.

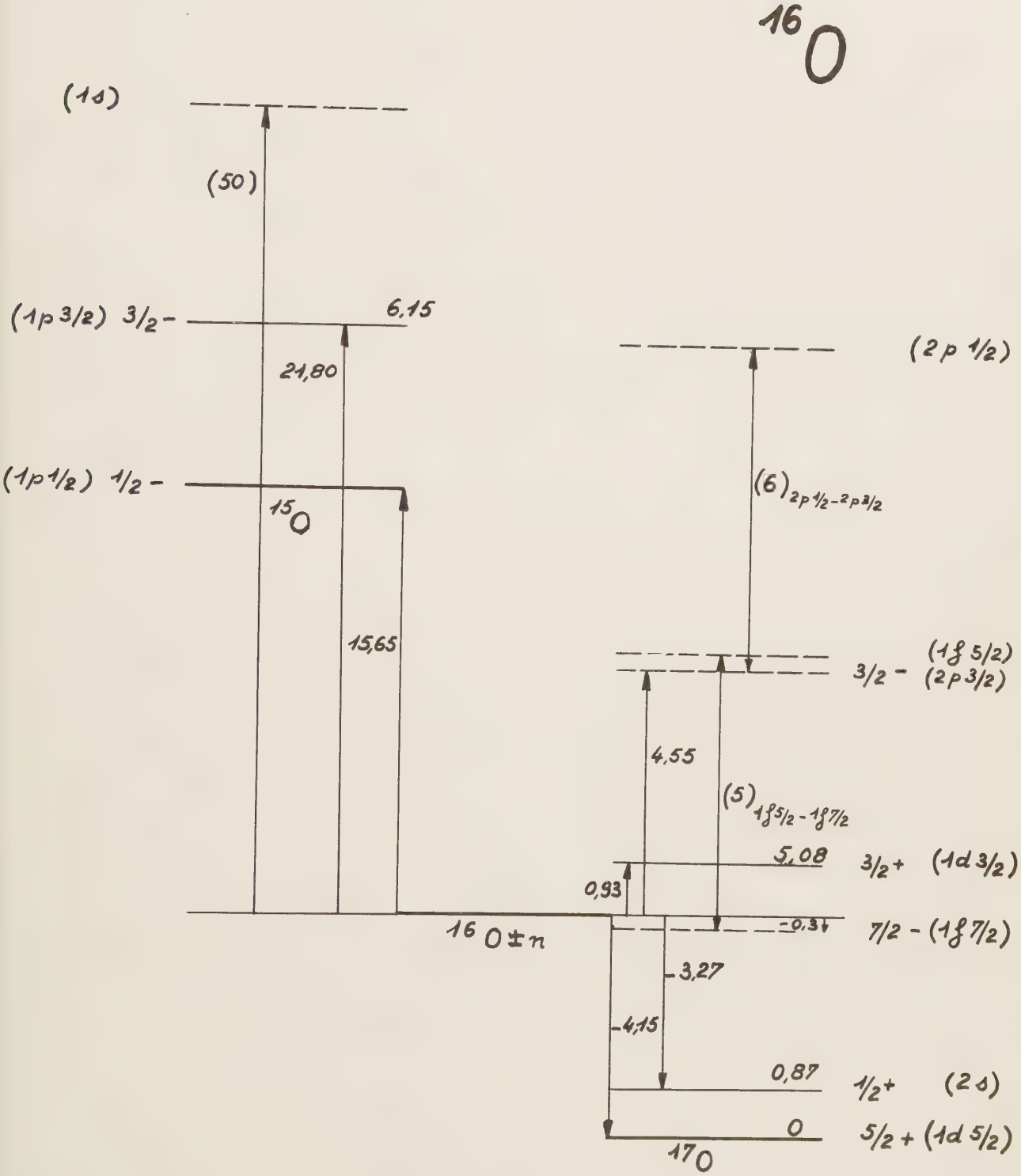

16O
(1s)
(50)
(1p 3/2) 3/2 -
6,15
21,80
(1p 1/2) 1/2 -
15O
15,65
(2p 1/2)
(6)2p1/2-2p3/2
(1g 5/2)
3/2 - (2p 3/2)
4,55
(5)1g5/2-1g7/2
5,08
3/2+ (1d 3/2)
0,93
-0,31
7/2 - (1g 7/2)
16O±n
-3,27
-4,15
0,87
1/2+ (2s)
0
5/2+ (1d 5/2)
17O

Fig : 4.3

Les états 2p1/2 et 1f5/2 sont estimés en ajoutant une énergie spin-orbite de 5 et 6 meV respectivement aux états 1f7/2 et 2p3/2. Ces états de parités impaires n'interviennent que dans le calcul des niveaux pairs de l'oxygène 16. En particulier, nous verrons que la position d'un niveau 2^+ (T = 0) dépend de la position inconnue de l'état de particule 1f7/2. Une détermination expérimentale du niveau $2^+(0)$ pourrait fournir un renseignement utile sur l'état de Hartree-Fock 1f7/2.

Les états de trou 1p1/2 et 1p3/2 sont donnés respectivement par le fondamental de l'oxygène 15 et par son état excité de 6.15 meV de parité impaire dont le spin est égal ou inférieur à 5/2. Par ailleurs une énergie spin-orbite de 6 meV est raisonnable. L'état de trou 1s est déduit de façon grossière des expériences d'Uppsala [47], $\mathcal{E}^* = 35$ meV ($\tilde{\mathcal{E}} = 50$ meV) mais nous verrons dans une discussion ultérieure que les expériences d'Orsay sur les niveaux de l'oxygène 16 conduisent à une valeur inférieure de l'ordre de $\mathcal{E}^* = 30$ meV.

Si on introduit les violations du spin isotopique par l'interaction coulombienne (§ 7), les énergies précédentes doivent être considérées comme relatives à des états de neutron. Celles des états de proton sont fournies par les spectres de N^{15} et de F^{17}, (figure 4.4). Seuls sont indiqués les états qui interviennent dans le calcul de l'état dipolaire de l'oxygène 16 pour lequel nous discuterons des effets de la violation du spin isotopique. On vérifie qu'on obtient des énergies de configuration proton-trou de proton très voisines de celles des configurations neutron-trou de neutron. Les effets de champ coulombien sont encore faibles dans cette région nucléaire.

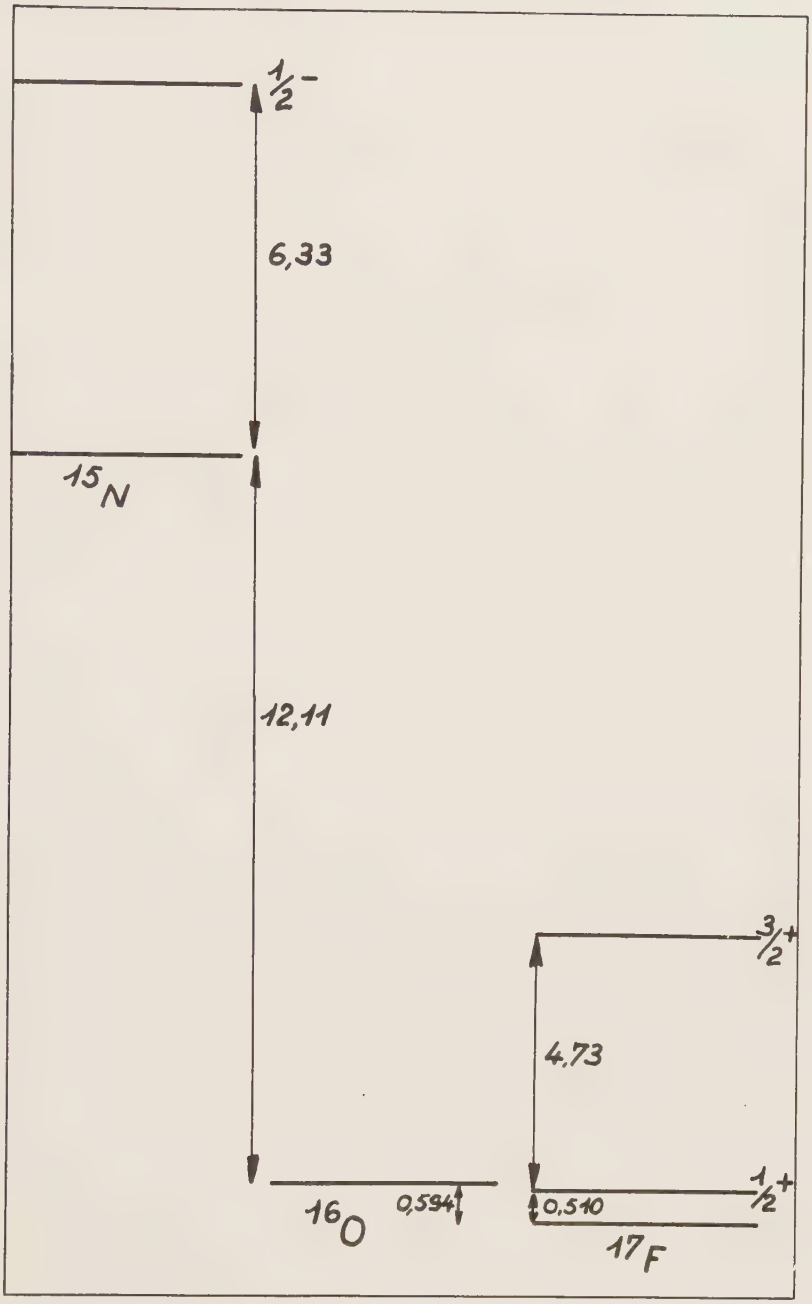


Fig : 4.4

c)- Energies de particule et de trou pour le calcium 40 (figure 4.5)

Les effets coulombiens deviennent importants. Ainsi la configuration (1f7/2 - 1d3/2), relative à l'excitation d'un proton, a pour énergie 6.7 meV (Cf. les états fondamentaux de ^{39}K et ^{41}Sc). Par contre, relativement à l'excitation d'un neutron, elle est de 7.37 meV; soit près de 700 keV de différence. A l'effet important du champ coulombien moyen, qui déplace de façon similaire tous les états du spectre, s'ajoute l'effet de l'interaction coulombienne résiduelle qui affecte les distances entre niveaux. Cet effet résiduel est faible comme le montre l'état $3/2^-$ dont l'énergie d'excitation est de 1.90 meV dans le ^{41}Sc et de 1.94 meV dans le ^{41}Ca ou encore l'état $1/2^-$ dont l'énergie d'excitation E^* passe de 4.1 meV dans le ^{41}Sc à 3.95 meV dans le ^{41}Ca. Comme les renseignements expérimentaux sont rares dans le cas du ^{41}Ca et du ^{39}Ca on s'aidera de ces remarques pour compléter leurs spectres par comparaison avec ceux du ^{41}Sc et du ^{39}K respectivement, l'effet coulombien principal étant introduit par les positions relatives des états fondamentaux de ces noyaux.

Pour le ^{39}K, on remarque que la séquence $3/2^+$, $1/2^+$, $5/2^+$ est conforme à la suite 1d3/2, 2s, 1d5/2 du schéma théorique[45]. Pour le ^{41}Sc la séquence $7/2^-$, $3/2^-$ correspond à la suite normale $1f7/2^-$, $2p3/2^-$. La position très basse du $1/2^-$, identifié comme 2p1/2, est difficile à comprendre.

Etats de protons — ^{40}Ca — Etats de neutrons

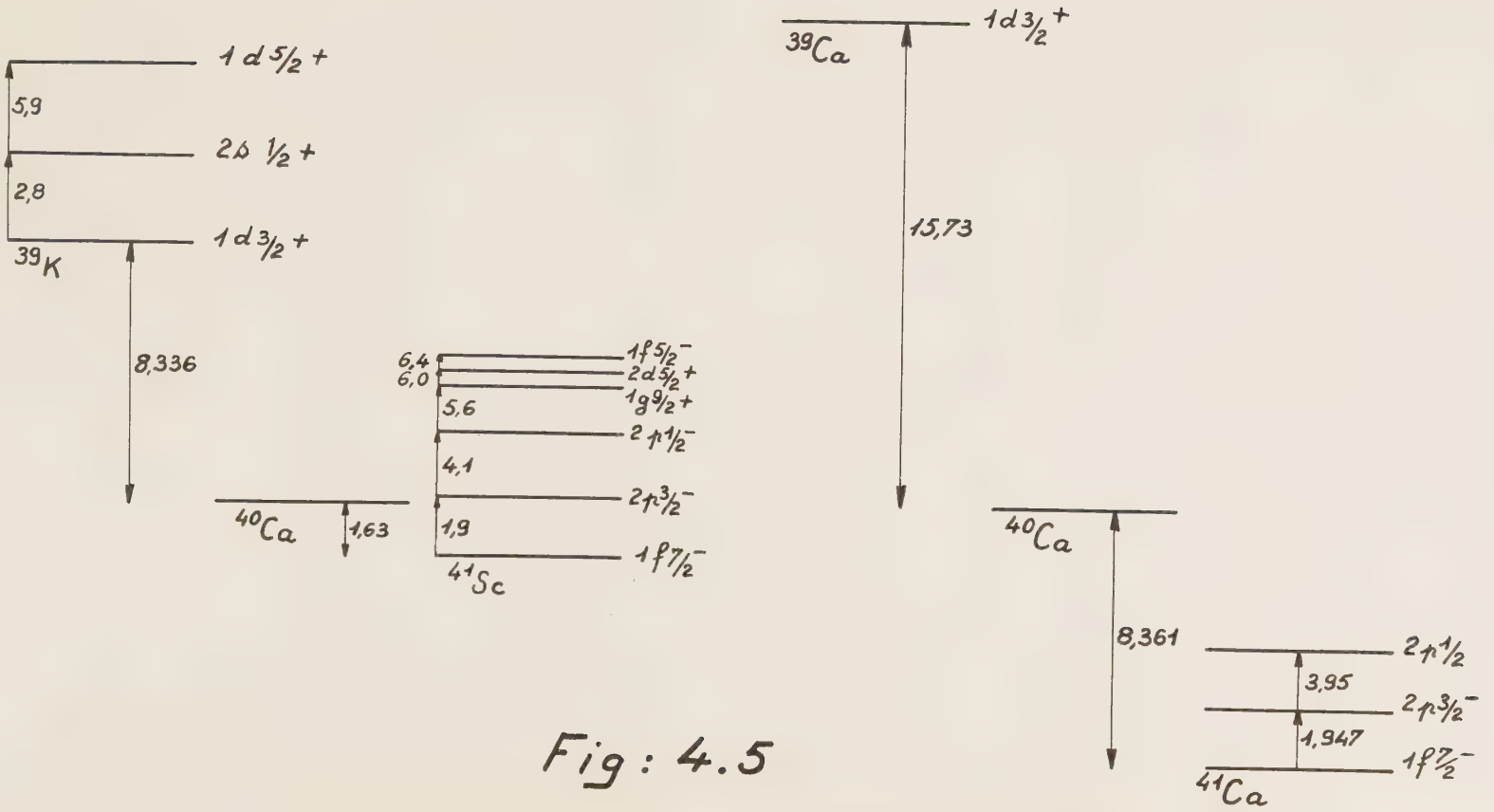


Fig : 4.5

Les énergies de particule et de trou dans le formalisme des fonctions de Green.

En voulant identifier des états expérimentaux à des états de Hartree-Fock on s'est heurté à deux difficultés: d'une part la position de certains états est très différente de celle prévue par le schéma théorique réf. 45 p. 58, d'autre part on dispose pour un état de Hartree-Fock de plusieurs états expérimentaux possibles. Cette situation reflète évidemment l'importance du mélange de configurations pour ces niveaux.

En principe, dans le formalisme des fonctions de Green, cette difficulté n'existe pas, puisqu'on utilise des propagateurs à un trou ou à une particule sous leur forme exacte. Ainsi le propagateur libre $\mathcal{F}(B,b;\omega)$ de la particule B et du trou b (cf expression 2.19a) comporte une sommation sur tous les états vrais $|n\rangle_{A+1}$ et $|n'\rangle_{A-1}$ ayant une composante ne différant d'une composante du fondamental vrai que par l'occupation d'un état de particule B ou d'un état de trou b. Ces états d'énergie $E^{(n)}_{A+1}, E^{(n')}_{A-1}$ sont les états vrais des noyaux impairs voisins. La connaissance empirique des $E^{(n)}$ ne permet pas cependant d'effectuer la sommation dans l'expression exacte (2.19a) car les amplitudes correspondantes $\langle f|\xi|n\rangle$, intervenant au dénominateur, sont inconnues. Cependant on espère généralement qu'un des termes de la somme est prépondérant, soit que son amplitude est

importante, soit que l'énergie correspondante est basse et éloignée de celles des autres niveaux de même nombres quantiques. Dans ce cas, en utilisant l'énergie expérimentale, parfois très différente de l'énergie de Hartree-Fock, on améliore le résultat final.

3.- Les fonctions d'onde radiales.

Les fonctions d'onde radiales du problème d'ordre zéro, utilisées pour le calcul des éléments de matrice de l'interaction, sont approchées par celles d'un oscillateur harmonique sans énergie spin-orbite. Ce choix traditionnel est uniquement dicté par des raisons de commodité numérique. Cependant, il introduit dans le problème deux sources d'incertitude par rapport aux solutions d'un puits nucléaire fini plus réaliste, tel qu'un puits de Saxon.

a)- L'utilisation d'un puits infini donne un spectre discret d'états. Cette approximation est particulièrement mauvaise pour les états non liés, en particulier les largeurs de particules sont nulles. Elle est également mauvaise pour les états de ℓ élevé, les plus sensibles au détail de la surface nucléaire.

b)- On néglige l'énergie spin-orbite dans le calcul des fonctions d'onde radiales. Cette énergie est cependant importante dans la région nucléaire considérée (de l'ordre de 5 à 6 meV).

Les éléments de matrice ont pour domaine d'intégration tout le volume nucléaire. On espère que ceci atténue un peu les effets de cette approximation de la fonction d'onde d'ordre zéro surtout mauvaise dans la région de la surface.

Les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique sont de la forme

$$u_{n,\ell}(r) = \mathcal{N} \alpha^{\ell+3/2} \left(P(r) \right) r^{\ell} e^{-1/2 (\alpha r)^2}$$

$\mathcal{N}$ est la constante de normalisation

$$\mathcal{N} = \frac{1}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2^{n+\ell+1}}{(2n+2\ell-1)!!}}$$

et $\left(P(r) \right)$ un polynôme:

$$P(r) = 1 \qquad \text{si} \qquad n = 1,$$

$$P(r) = \frac{2\ell+1}{2} - (\alpha r)^2 \quad \text{si} \quad n = 2,$$

$$P(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{(2\ell+3)(2\ell+5)}{4} - (2\ell+5)(\alpha r)^2 + (\alpha r)^4 \right) \quad \text{si} \quad n = 4,$$

la quantité α a pour dimension l'inverse d'une longueur

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \qquad (4.4)$$

avec $\hbar\omega$ = un quanta de l'oscillateur. La quantité α peut être reliée à la valeur moyenne du carré du rayon $\langle r^2 \rangle$ mesurée par diffusion d'électrons de haute énergie [25]. En posant que la valeur moyenne de l'énergie potentielle $\frac{1}{2} m\omega^2 \langle r^2 \rangle_{n,\ell}$ pour l'état (n, ℓ), est la moitié de l'énergie totale $\hbar\omega(2(n-1) + \ell + 3/2)$ et en prenant une moyenne sur les A états occupés, il vient

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{A\alpha^2} \sum_{i=1}^{A} [2(n_i - 1) + \ell_i + 3/2]$$

Cette expression suppose que le rayon du potentiel moyen est le même pour tous les états n, ℓ. En prenant pour la quantité de gauche sa valeur expérimentale, on obtient (S. Sengupta [49]): $\alpha \approx 0.62$ fermi^{-1} dans la région du carbone.

Il faut remarquer que seul le produit sans dimension $\alpha\mu$ (où μ est la portée du puits nucléaire) intervient dans l'évaluation des éléments de matrice, lorsqu'on utilise des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique.

4.- Forme de l'interaction effective.

Une interaction nucléon-nucléon doit satisfaire aux conditions usuelles: hermiticité, invariance par rapport aux translations et aux transformations galiléennes, invariance par rapport aux rotations des axes physiques et des axes de spin isotopique, invariance par rapport aux réflexions spatiales et par rapport au renversement du temps, symétrie dans l'échange des particules (E.P. Wigner [50]).

A la forme la plus générale [51] qui résulte de ces conditions on apporte les simplifications suivantes:

- on néglige la force tenseur;

- on fait l'approximation de force centrale, c'est-à-dire simultanément scalaire dans l'espace de momentorbital et dans l'espace de spin,

- on utilise la même dépendance radiale pour les différents termes d'échange de la force.

Avec ces restrictions, la force effective prend la forme

$$v(\vec{r}_1-\vec{r}_2) = \sum_L v_L(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)\, Y_L(1)\cdot Y_L(2) \times \qquad (4.5)$$

$$\times \left\{ a_0 + a_\sigma \vec{\sigma}(1)\cdot\vec{\sigma}(2) + a_\tau \vec{\tau}(1)\cdot\vec{\tau}(2) + a_{\sigma\tau} \vec{\sigma}(1)\cdot\vec{\sigma}(2)\,\vec{\tau}(1)\cdot\vec{\tau}(2) \right\}$$

Le facteur de forme adopté détermine l'expression de $v_L(|r_1 - r_2|)$. Dans le cadre des approximations numériques faites, la forme détaillée de l'interaction effective n'est pas critique, pourvu qu'elle donne un effet de longue portée. En prenant une forme Gaussienne normée à l'unité à l'origine:

$$f(|r_1 - r_2|) = e^{-(r/\mu)^2},$$

on a

$$v_L(|\vec{r_1} - \vec{r_2}|) = 4\pi(-i)^L j_L\left(i\frac{2r_1 r_2}{\mu^2}\right) e^{-\frac{r_1^2 + r_2^2}{\mu^2}}$$

5.- Le ket particule-trou en couplage j-j

Soit un état de particule $n_A, (l_A s_A) j_A, A \notin F$ et un état de trou $n_a, (l_a s_a) j_a, a \in F$ couplés pour donner un état particule-trou de moment total J et de spin isotopique total T. Pour les noyaux à double couche fermée étudiés, $T_z = 0$. Le ket particule-trou est défini avec le choix particulier de phase suivant (J.S. Bell [52])

18.14 p. 102 r/t, 13

$$/(l_a s_a) j_a, (l_A s_A) j_A \; JM \gg = \sum_{\substack{k_e k_s \\ \kappa_e \kappa_s}} \sqrt{(2j_a+1)(2j_A+1)(2k_e+1)(2k_s+1)}$$

$$\times \begin{pmatrix} l_a & s_a & j_a \\ l_A & s_A & j_A \\ k_e & k_s & J \end{pmatrix} (k_e \; k_s \; \kappa_l \; \kappa_s \; / JM) / (l_a \; l_A) k_e \; \kappa_e \gg / (s_a \; s_A) k_s \; \kappa_s \gg ,$$

avec

$$/(l_a \; l_A) k_e \; \kappa_e \gg = \Sigma (-)^{l_A - m_{l_A}} (l_a \; l_A \; m_{l_a} - m_{l_A} / k_e \; \kappa_e) Y^{m_{l_a}}_{l_a}(\hat{1}) \, Y^{* \, m_{l_A}}_{l_A}(\hat{2})$$

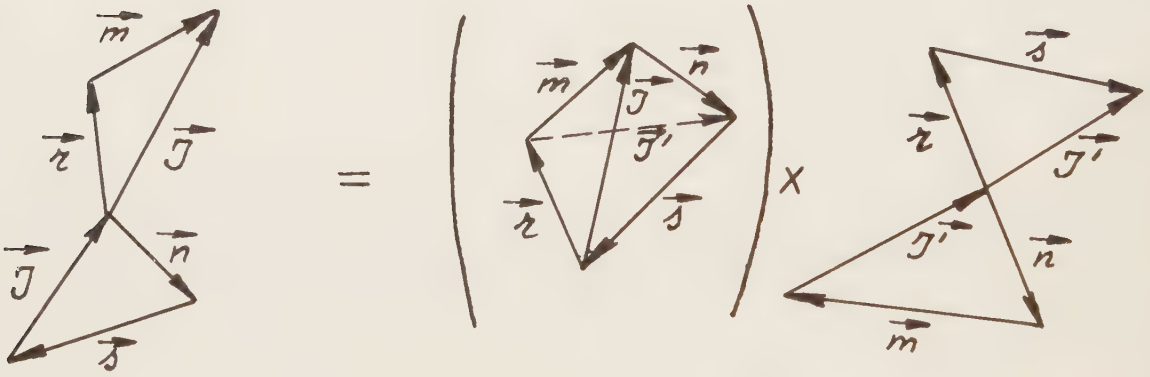
$$= (-)^{l_A} < l_a \; l_A \; k_e \; \kappa_e \; /$$

(4.7)

et une expression similaire pour $/(s_a \; s_A) k_s \; \kappa_s \gg$.

6.- Les éléments de matrice particule-trou en couplage $j \cdot j$ *.

Les éléments de matrice particule-trou peuvent être obtenus à partir des éléments de matrice particule-particule par une transformation de Racah. En effet, aux diagrammes (1.23a) et (1.23c) de l'interaction résiduelle sont associés les schémas de couplage de la figure 4.6 pour les moments angulaires.



particule-trou particule-particule

Figure 4.6

---

* Nous remercions Pr. G.E. Brown pour nous avoir communiqué ses formulaires pour d'utiles vérifications des expressions de ce paragraphe

Plus explicitement

$$\langle \overbrace{rs\,|V|\,mn}^{J} \rangle = -\sum_{J'} (2J'+1)\, W(rsmn;JJ') \langle r\,\overbrace{s\,|V|\,m}^{J'}\,\overbrace{n}^{J'} \rangle \qquad (4.8)$$

On peut aussi les évaluer directement à partir de la définition du ket particule-trou (4.6).

On doit considérer séparément les deux types de termes de la figure 4.7.

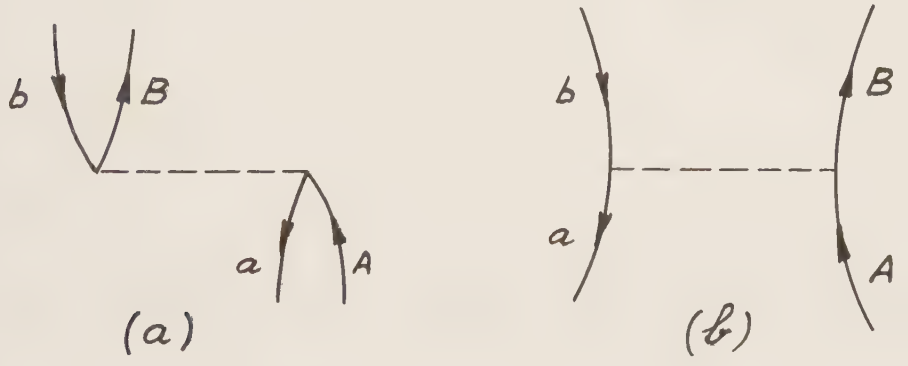


Figure 4.7

Le premier terme est appelé "direct" car il correspond au terme direct particule-particule dans la transformation (4.8); l'autre est le terme "d'échange" de l'interaction particule-trou. En couplage $j-j$, et en considérant que le spin isotopique est bon nombre quantique, le terme "direct" a pour expression

$$\langle\langle b(1)B(1),J,T \,|\, V \,|\, a(2)A(2),J,T \rangle\rangle =$$

$$\sum_{L,S} \sqrt{(2j_A+1)(2j_a+1)(2j_B+1)(2j_b+1)} \quad \frac{1}{2T+1} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} l_a & s_a & j_a \\ l_A & s_A & j_A \\ L & S & J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_b & s_b & j_b \\ l_B & s_B & j_B \end{pmatrix} \langle l_a \| Y_L \| l_A \rangle \langle l_b \| Y_L \| l_B \rangle$$

$$\times \langle \tfrac{1}{2} \| \sigma^{(S)} \| \tfrac{1}{2} \rangle^2 \langle \tfrac{1}{2} \| \sigma^{(T)} \| \tfrac{1}{2} \rangle^2 \quad D_{L,S,T}(B,b,A,a).$$

Les $\langle l \| Y_L \| l' \rangle$ sont les éléments de matrice réduits des harmoniques sphériques et on a défini

$$\langle \tfrac{1}{2} \| \sigma^{(0)} \| \tfrac{1}{2} \rangle = \sqrt{2}, \quad \text{et} \quad \langle \tfrac{1}{2} \| \sigma^{(1)} \| \tfrac{1}{2} \rangle = \sqrt{6}.$$

Pour $\langle \tfrac{1}{2} \| \tau \| \tfrac{1}{2} \rangle$ les définitions sont similaires. Les coefficients $D_{L,S,T}(B,b,A,a)$ sont les intégrales radiales pour les différents termes de l'interaction. Avec une force effective de la forme (4.5) on a plus explicitement

$$\ll b(1)\,B(1),J,T\,/V/\,a(2)\,A(2),J,T \gg = \frac{(-)^{l_a+l_b}}{4\pi}$$

$$\times \sqrt{(2l_a+1)(2l_A+1)(2l_b+1)(2l_B+1)(2j_a+1)(2j_b+1)(2j_A+1)(2j_B+1)}$$

$$\times \sum_L (2L+1) \begin{pmatrix} l_a & l_A & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_b & l_B & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ (-)^{j_A+l_a+j_B+l_b+1} (4a_0 + 4a_\tau) \right.$$

$$\left. \times \frac{\delta_{LJ}}{2(2J+1)} \begin{Bmatrix} l_A & j_A & 1/2 \\ j_a & l_a & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_B & j_B & 1/2 \\ j_b & l_b & J \end{Bmatrix} + (12a_\sigma + 12a_{\sigma\tau}) \begin{pmatrix} l_a & s_a & j_a \\ l_A & s_A & j_A \\ L & 1 & J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_b & s_b & j_b \\ l_B & s_B & j_B \\ L & 1 & J \end{pmatrix} \right\}$$

$$\times D_L(Bb\,Aa) \qquad (4.9)$$

avec

$$D_L(Bb\,Aa) = \iint dr_1\,dr_2\; u^{(1)}_{n_B l_B j_B}\; u^{(1)}_{n_b l_b j_b}\; v_L(r_1,r_2)\, u^{(2)}_{n_A l_A j_A}\; u^{(2)}_{n_a l_a j_a}$$

Les termes qui contribuent pour $T=0$ sont ceux en a_0 et a_σ et pour $T=1$ ceux en a_τ et $a_{\sigma\tau}$.

Le terme "d'échange" a pour expression

$$\ll b(2)\,B(1),J,T/V/a(1)\,A(2),J,T\gg = -\sum_{L,L',S,S',T'} (-)^{L+L'+S+S'+T+T'+\ell_B+\ell_a}$$

$$\times\sqrt{(2j_a+1)(2j_b+1)2j_A+1)\,2j_B+1)}\;(2L+1)(2S+1)\begin{Bmatrix} L & \ell_a & \ell_A \\ L' & \ell_B & \ell_b \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} S & 1/2 & 1/2 \\ S' & 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix}$$

$$\times\begin{Bmatrix} T & 1/2 & 1/2 \\ T' & 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix}\begin{pmatrix} \ell_b & s_b & j_b \\ \ell_B & s_B & j_B \\ L & S & J \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ell_a & s_a & j_a \\ \ell_A & s_A & j_A \\ L & S & J \end{pmatrix}\langle \ell_a \| Y_{L'} \| \ell_b\rangle\langle \ell_A \| Y_{L'} \| \ell_B\rangle$$

$$\times\langle 1/2 \| \sigma^{(S')} \| 1/2\rangle^2\langle 1/2 \| \sigma^{(T')} \| 1/2\rangle^2\; E_{L',S',T'}(B_b A_a)$$

soit encore avec la force effective (4.5) et en explicitant sommation sur le spin S' et le spin isotopique T' de tran

$$\ll b(2)\,B(1),J,T/V/a(1)\,A(2),J,T\gg = -\sum_{L,S}\frac{(-)^L}{4\pi}$$

$$\times\sqrt{(2\ell_a+1)(2\ell_b+1)(2\ell_A+1)(2\ell_B+1)(2j_a+1)(2j_b+1)(2j_A+1)(2j_B+1)}\;\;(2L+1)$$

$$\times(2S+1)\begin{pmatrix} \ell_b & s_b & j_b \\ \ell_B & s_B & j_B \\ L & S & J \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ell_a & s_a & j_a \\ \ell_A & s_A & j_A \\ L & S & J \end{pmatrix}\sum_{L'}(2L'+1)\begin{Bmatrix} L & \ell_a & \ell_A \\ L' & \ell_B & \ell_b \end{Bmatrix}\begin{pmatrix} \ell_A & \ell_B & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\times\begin{pmatrix} \ell_a & \ell_b & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\left\{a_o + (-)^S 6a_\sigma\begin{Bmatrix} S & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix} + (-)^T 6a_\tau\begin{Bmatrix} T & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix}\right.$$

$$\left. + (-)^{S+T} 36a_{\sigma\tau}\begin{Bmatrix} S & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} T & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \end{Bmatrix}\right\} E_{L'}(BbAa) \qquad (4.10$$

avec

$$E_{L'}(B_b A_a) = \iint d^{r}_1 \, d^{r}_2 \; u(1)_{n_B \ell_B j_B} \; u(2)_{n_b \ell_b j_b}$$

$$\times \, v_L(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \; u(1)_{n_A \ell_A j_A} \; u(2)_{n_a \ell_a j_a}$$

L'échange trou-particule (a avec A, b avec B) dans (4.9) et (4.10) introduit le signe $(-)^{j_a + j_A + j_b + j_B}$
Pour réintroduire la symétrie trou-particule, il suffit de multiplier la matrice $\mathcal{M}$ par la phase $(-)^{j_a + j_b + s_a + s_b}$
les vecteurs $X^{(n)}_{a\,A} \cdots$ étant affectés de la phase $(-)^{j_a + s_a}$
Avec ce nouveau choix de phase la symétrie des matrices $\mathcal{B}$ est mise en évidence.

7.- Violation du spin isotopique par le champ coulombien.

L'interaction coulombienne entre protons peut être traitée en séparant ses effets en ceux d'un champ moyen et en ceux d'une interaction résiduelle.

Le champ moyen coulombien a pour effet de modifier les énergies de Hartree-Fock $\tilde{\varepsilon}_a$, $\tilde{\varepsilon}_A \cdots$ des états de protons par rapport à celles des états de neutron . On s'attend à ce que cet effet soit sensiblement le même pour tous les états relatifs à un même noyau (Cf. les figures 4.3 à 4.5 des spectres de ^{17}F et ^{15}N comparés à ceux de ^{17}O et ^{15}O et de ^{41}Sc et ^{39}K comparés à ceux de ^{41}Ca et ^{39}Ca). Cet effet est de l'ordre de 0.2 meV dans la région de l'oxygène et nous vérifierons qu'on peut le négliger

dans l'approximation numérique utilisée. Par contre,dans la région du calcium,il est de l'ordre de 0.8 meV et il sera nécessaire d'en tenir compte pour obtenir un accord qualitatif avec l'expérience.

L'interaction résiduelle est de la forme $\frac{1}{4}(1+\tau_{z1})(1+\tau_{z2})\frac{e^2}{r_{12}}$ .Pour le type d'excitations auquel nous nous limitons, elle ne modifie que les termes directs (figure 4.7a) pris entre des états de proton . Nous la négligerons.

Pour introduire l'effet du champ moyen coulombien dans les énergies d'ordre zéro, il faut construire une matrice de dimension double dans l'espace des configurations proton-trou de proton $|P\bar{P}>$ et neutron-trou de neutron $|N\bar{N}>$. La relation

$$|T,0> = \sum_{m_\tau = 1/2,-1/2} (-)^{1/2-m_\tau} (1/2\ 1/2\ m_\tau - m_\tau\ |T0)\ |1/2\ m_\tau>|1/2-m_\tau>$$

définit les éléments de la transformation unitaire permettant d'effectuer le passage d'une représentation à l'autre.

Comme la violation du spin isotopique n'est jamais très forte, il reste avantageux de conserver la représentation initiale de spin isotopique total déterminé. Les états propres, dans cette représentation, ont une composante $T = 0$, ou $T = 1$ prépondérante ce qui permet de classifier approximativement les niveaux. En appelant $\tilde{\varepsilon}_{P\bar{P}}$ et $\tilde{\varepsilon}_{N\bar{N}}$ les énergies de Hartree-Fock pour les configurations $|P\bar{P}>$ et

$|N\bar{N}>$ respectivement, on obtient une matrice $\mathcal{M}$ (cf. 1.26) de la forme

$$\mathcal{M} = \begin{array}{c|c} \dfrac{\tilde{\mathcal{E}}_{p\bar{p}} + \tilde{\mathcal{E}}_{N\bar{N}} + \mathcal{A}_{T=0}}{2} & \dfrac{\tilde{\mathcal{E}}_{N\bar{N}} - \tilde{\mathcal{E}}_{p\bar{p}}}{2} \\ \hline \dfrac{\tilde{\mathcal{E}}_{N\bar{N}} - \tilde{\mathcal{E}}_{p\bar{p}}}{2} & \dfrac{\tilde{\mathcal{E}}_{p\bar{p}} + \tilde{\mathcal{E}}_{N\bar{N}}}{2} + \mathcal{A}_{T=1} \end{array} \qquad (4.10)$$

où $\mathcal{A}_T$ est la matrice nucléaire de l'approximation I en représentation de spin isotopique total T . Pour l'approximation particule-trou généralisée, on doit compléter cette matrice par la matrice $\mathcal{B}$ diagonale en représentation T .

8.- Les probabilités de transition électromagnétiques.

Les fonctions d'ordre zéro utilisées conduisent à des largeurs de particule nulles pour les états propres calculés. Par contre les probabilités de transition électromagnétiques, qui dépendent comme l'énergie d'intégrales de volume peu sensibles aux détails de la surface nucléaire, doivent pouvoir être obtenues avec une approximation raisonnable, tout au moins en ce qui concerne leurs valeurs relatives pour des niveaux de mêmes spin et parité.

La formule générale pour la probabilité de transition $T(E_n \to E_f ; \lambda)$, $(\tau = 1/T ; \Gamma = \hbar T)$, 2^λ polaire entre l'état $|n>$ et le fondamental $|f>$ est

$$T(E_n \to E_f ; \lambda) = \frac{1}{\hbar} \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \left(\frac{E_n - E_f}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} \sum |<n|Q_q^{(\lambda)}|f>|^2 \qquad (4.11a)$$

La somme est une moyenne sur le nombre magnétique M des états $|n, J=\lambda, M>$ (elle implique une sommation sur q). L'opérateur électromagnétique $Q_q^{(\lambda)}$ a pour expression [47])

multipôle électrique $\Delta\pi = 1$ $\quad Q_q^{(\lambda)} = e r^\lambda Y_\lambda^q$

multipôle magnétique $\Delta\pi = -1$ $\quad Q_q^{(\lambda)} = \vec{\nabla} r^\lambda Y_\lambda^q \mu \left\{ \frac{2 g_e}{\lambda+1} \vec{l} + g_s \vec{s} \right\}$

où $\mu = \frac{e\hbar}{2mc}$ est le magnéton nucléaire et g_e, g_s les facteurs gyromagnétiques orbital et de spin.

La quantité entre parenthèses dans 4.11a est calculée à l'aide de la formule générale (2.23). Cette dernière implique la connaissance des amplitudes $X_{\alpha,\beta}^{(n)}$ de la fonction de Green trou-particule et les éléments de matrice de Q sur les états de particules et de trous indépendants. Ceux-ci sont donnés par J.M. Kennedy et W.T. Sharp, ref. 5 . Nous tabulerons les largeurs réduites $\Gamma(E_n \to E_f ; \lambda)$ définies ici par: (cf. 2.23) :

$$\Gamma(E_n \to E_f ; \lambda) = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} R(\beta,\alpha;\lambda)\, R(\delta,\gamma;\lambda)\, X_{\alpha\beta}^{(n)+} X_{\gamma\delta}^{(n)}$$

avec

$$R(a,A;\lambda) = (-)^{l_a} \sqrt{(2l_a+1)(2l_A+1)(2j_a+1)(2j_A+1)}$$

$$\times \begin{pmatrix} l_A & 1/2 & j_A \\ l_a & 1/2 & j_a \\ \lambda-S & S & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_A & l_a & \lambda-S \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \int u_{n_a l_a} u_{n_A l_A} r^{\lambda-S} r^2 dr \,. \qquad (4.11b)$$

$S=0$ pour une transition électrique et $S=1$ pour une transition magnétique. Les largeurs réduites Γ sont utilisées pour déterminer les contributions relatives aux règles de somme, également tabulées.

9.- Réduction à deux problèmes d'ordre n .

Le problème séculaire particule-trou généralisé sous sa forme (3.2), non symétrique, d'ordre $2n$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} X_1 + \mathcal{B} X_2 &= \omega X_1 , \\ -\mathcal{B} X_1 - \mathcal{A} X_2 &= \omega X_2 \end{aligned} \qquad (4.12)$$

se prête mal à une résolution numérique par itération; d'une part en raison de ses dimensions (la matrice peut être de l'ordre de 40 x 40 pour certains niveaux du ^{40}Ca, lorsque le spin

isotopique n'est pas un bon nombre quantique), d'autre part par l'existence de valeurs propres dégénérées en valeurs absolues deux par deux. En outre l'apparition de valeurs propres imaginaires, correspondant à l'instabilité de la solution de Hartree-Fock pour certaines valeurs des paramètres (Chap. III) rend difficile une recherche automatique aux moindres carrés telle qu'elle est exposée plus loin. Toutes ces difficultés sont supprimées en remplaçant le problème initial par les deux problèmes d'ordre moitié

$$\begin{aligned} (\Sigma + \Lambda)\, x &= \omega^2 x, \\ (\Sigma - \Lambda)\, y &= \omega^2 y, \end{aligned} \tag{4.13}$$

Σ est la matrice symétrique $\mathcal{A}^2 - \mathcal{B}^2$ et Λ la matrice antisymétrique $\mathcal{B}\mathcal{A} - \mathcal{A}\mathcal{B}$, et on a

$$\begin{aligned} x &= \alpha\, (X_1 - X_2), \\ y &= \beta\, (X_1 + X_2). \end{aligned}$$

Les vecteurs x et y sont obtenus à des constantes d'intégration près, différentes dans la résolution itérative des deux problèmes séculaires (4.12). Le rapport de ces constantes est obtenu en portant les solutions x et y de (4.13) dans l'un ou l'autre des systèmes initiaux (4.12). Ils doivent être vérifiés de façon identique, c'est-à-dire

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{(n)} = \frac{\omega_n X_1^{(n)}}{(\mathcal{A} + \mathcal{B})\, X_2^{(n)}} = \frac{(\mathcal{A} + \mathcal{B})\, X_1^{(n)}}{\omega_n X_2^{(n)}}$$

pour ω_n réel et $\neq 0$.

Si n est l'ordre des matrices $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, on obtient ainsi $2n$ expressions pour $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{(n)}$ qu'on peut utiliser pour vérifier si les solutions de (4.13) sont bien celles du problème initial. Si les vecteurs x et y ont été normés préalablement à l'unité, on a également

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{(n)} = C^{(n)} = \frac{|X_1^{(n)} + X_2^{(n)}|}{|X_1^{(n)} - X_2^{(n)}|}, \qquad (4.14)$$

où $|X_1^{(n)}+X_2^{(n)}|$ et $|X_1^{(n)}-X_2^{(n)}|$ sont les longueurs des vecteurs $X_1^{(n)} + X_2^{(n)}$ et $X_1^{(n)} - X_2^{(n)}$. Le rapport $C^{(n)}$ est égal à 1 si l'introduction de l'approximation particule-trou généralisée ne modifie pas les résultats donnés par l'approximation particule-trou ordinaire. Sa déviation de l'unité est une mesure de l'importance des corrélations dans le fondamental pour le niveau calculé. L'apparition de valeurs propres imaginaires dans le système (4.12) correspond à l'apparition de valeurs propres réelles négatives dans les systèmes (4.13). Par ailleurs les valeurs absolues ne sont plus dégénérées deux par deux. Le système séculaire mis sous la forme (4.13) présente un autre intérêt car en général (cf. Chapitre VII)

$$\Lambda \ll \Sigma$$

La résolution exacte du problème peut se faire en deux étapes, diagonalisation du système symétrique Σ par une méthode bien adaptée telle que la méthode de Jacobi , puis expression du système complet non symétrique $\Sigma \pm \Lambda$ sur la base ainsi obtenue (qui est une bonne approximation des vecteurs vrais) et diagonalisation par une méthode itérative. C'est la méthode numérique que nous avons utilisée pour le carbone 12 et l'oxygène 16. On peut aussi ne chercher qu'une solution approchée soit en traitant Λ perturbativement soit en le négligeant.

C H A P I T R E V

LA FORCE EFFECTIVE NUCLEON-NUCLEON POUR LE CARBONE 12 ET L'OXYGENE 16

1.- Introduction.

L'approximation particule-trou généralisée présente un certain nombre d'avantages par rapport à l'Approximation I. Elle rend compte partiellement des corrélations dans l'état fondamental. Elle est self-consistante. Ses solutions sont exemptes de mélange avec l'état dipolaire non physique du centre de masse et elles améliorent le calcul des règles de somme (Chap. III). Par contre il n'existe pas de critère satisfaisant pour justifier l'application de cette approximation au cas des noyaux. Nous nous proposons de tester les validités respectives de ces deux approximations. Pour déterminer le rôle de la phénoménologie dans les résultats théoriques nous mettrons en oeuvre les deux principes énoncés dans l'Introduction :

a)- Calcul d'un nombre maximum de faits expérimentaux,

b)- Etude systématique des effets de la variation des paramètres.

Ceci nous conduit à discuter tout d'abord de la notion de force effective et nous définissons une méthode aux moindres carrés pour la détermination de ses paramètres portant sur quatorze niveaux du Carbone 12 et de l'Oxygène 16 (§ 2). Nous explorons la dépendance paramétrique des niveaux utilisés dans le χ^2 (§ 3). Nous montrons que pour les états non collectifs les deux approximations donnent des résultats identiques. Par contre avec l'approximation particule-trou généralisée les états collectifs T = 0 et à un bien moindre degré la résonance géante sont beaucoup plus sensibles aux paramètres de l'interaction. La région de χ^2 minimum dans l'espace à cinq dimensions des paramètres de la force effective est localisée. Cette région est compatible avec les conditions de saturation nucléaire (ce qui n'est peut-être pas très significatif) et elle reflète certaines des caractéristiques de la force nucléon-nucléon libre. La région de meilleur accord n'est la même dans le Carbone 12 et l'Oxygène 16 que dans l'approximation II. C'est le résultat le plus significatif en faveur de cette dernière. Nous délimitons également la région de l'espace des paramètres où, dans le cadre des approximations faites, le Carbone et l'Oxygène seraient instables par rapport à la forme sphérique ; les résultats obtenus mettent en évidence l'importance pour l'apparition de déformations des mécanismes inclus dans l'approximation II (§ 4).

2.- L'interaction effective nucléon-nucléon.

Le potentiel nucléon-nucléon dans la matière nucléaire

est certainement modifié par le champ mésique des nucléons voisins. Le potentiel V_{ij} de l'expression 1.1, résultant de l'hypothèse de forces à deux corps, est donc déjà un potentiel effectif. Les données de la diffusion nucléon-nucléon et de l'état lié neutron-proton devraient néanmoins fournir une bonne approximation de ce potentiel. Malheureusement, on ne sait pas l'introduire correctement dans les traitements en perturbation précédents : le problème self-consistant n'est que grossièrement résolu de façon semi-phénoménologique, les fonctions d'onde d'ordre zéro sont très imparfaites, la force tenseur est négligée, etc... Ceci nous conduit à la notion d'une interaction effective à deux corps qui non seulement représente certains caractères du potentiel vrai mais encore qui corrige dans la mesure du possible les erreurs introduites par les imperfections et les simplifications du traitement numérique et qui simule les effets, s'ils sont importants, des termes négligés des développements perturbatifs.

La plupart des travaux de spectroscopie nucléaire supposent que les forces nucléons-nucléons sont statiques et centrales (Chap. IV § 4). Même avec ces hypothèses simplificatrices quatre types de potentiel d'échange sont possibles. On leur attribue généralement la même dépendance spatiale de sorte que

$$V(r) = Vf(r/\mu)(W + BP_\sigma - HP_\tau + MP_\sigma P_\tau). \qquad (5.1)$$

P_σ et P_τ sont les opérateurs d'échange de spin et de spin

isotopique. En prenant la profondeur V comme paramètre indépendant les quatre autres coefficients sont reliés par une relation de normalisation arbitraire par exemple $W+B+H+M=1$. Avec la portée μ du puits, l'interaction $v(r)$ est donc une fonction de cinq paramètres. Pour définir le mélange de forces d'échange nous utiliserons les trois paramètres

$$\theta = M-W \; ; \; \eta = W+M-B-H \; ; \; H \; .$$

L'excès θ de force de Majorana par rapport à la force de Wigner, nul pour une force de Serber, est généralement positif dans les forces usuelles. Quant au paramètre de diffusion singlet dans les états pairs η, il peut être déduit de l'expérience dans le cadre de modèles particuliers ($\eta \sim 0.4, 0.6$). Les valeurs proposées dans le passé pour ces paramètres sont déduites de considérations diverses : conditions de saturation nucléaires, caractéristiques de la diffusion nucléon-nucléon ou du deutéron, spectroscopie des noyaux légers [5,6]. On aboutit ainsi à des forces très différentes comme le montrent les exemples du tableau 5.1.

Mélange	W	M	H	B	θ	η
Serber	0.5	0.5	0.	0.	0	1
Rosenfeld [4]	-0.13	0.93	-0.26	0.46	1.06	0.6
Ferrell-Visscher [5]	0.317	0.430	0.180	0.	0.113	0.557
Soper [6]	0.33	0.5	0.	0.27	0.2	0.53

Tableau 5.1

La résonance géante de l'Oxygène 16 et les paramètres de la force effective.

Ces mélanges ont tous été utilisés avec succès dans le passé, moyennant la manipulation de la profondeur ou de la portée du puits pour rendre compte des faits expérimentaux calculés, généralement peu nombreux. Cette situation est illustrée par le tableau 5.2 des états 1^- (T = 1) de l'Oxygène 16 (expérimentalement à 13.1, 22.6 et 25.7 meV) calculés avec des forces de Rosenfeld (V =-43 meV) (A) et de Ferrell et Vischer (V =-52 meV) (B), pour des facteurs de forme gaussiens, $\mu\alpha = 1.$. On a également porté les résultats de Elliott et Flowers [13] obtenus avec une force de Rosenfeld (V =-43 meV) (E) mais pour un facteur de forme de Yukawa ($\mu\alpha$ = 0.83), ainsi que ceux de G.E. Brown et al.[30] (D) pour une force de portée nulle avec un mélange de Soper et une profondeur effective de -14.6 meV. La colonne (C) donne la position des états dipolaires pour la force du tableau 5.5 déterminée par la méthode de moindres carrés que nous allons décrire. On a également porté les contributions relatives de chaque niveau à la règle de somme dipolaire (%). La colonne I correspond à l'approximation particule-trou ordinaire, la colonne II à l'approximation particule-trou généralisée. Seule la force de Ferrell et Vischer a été déterminée par des considérations entièrement extérieures au résultat ; elle conduit à des niveaux légèrement en désaccord avec l'expérience. La portée ou la profondeur des autres forces ont été adaptées pour rendre compte, avec le mélange particulier utilisé, de la résonance géante ; l'accord avec l'expérience est remarquable. Cet exemple montre qu'on ne peut baser une détermination

A				B				C			
E	I %	E	II %	E	I %	E	II %	E	I %	E	II %
25.6	25	25.3	26	26.6	24	26.0	19	25.4	26	25.2	20
23.0	72	22.7	71	23.9	71	23.3	75	22.7	68	22.2	73
20.4	0	20.4	0	20.2	2	20.2	2	19.6	2	19.6	2
17.6	2	17.5	1.5	18.5	1	18.4	1	18.1	1	18.1	1
13.1	1	13.1	1.5	14.0	2	14.0	3	13.6	3	13.5	4

D		E	
E	I %	E	II %
25.0	29	25.2	32
22.2	68	22.6	67
20.0	1	20.4	0
17.6	1	17.3	1
13.7	1	13.1	0

Tableau 5.2
La résonance génate de ^{16}O pour diverses forces effectives

des paramètres de la force effective sur la description de quelques niveaux nucléaires seulement, et surtout pas sur les états dipolaires $T = 1$ très peu sensibles à ces paramètres ainsi que nous le préciserons plus loin.

Détermination des paramètres de la force effective par une méthode aux moindres carrés.

Nous chercherons à déterminer les paramètres de la force effective pour un noyau donné par la minimisation de la quantité

$$\chi^2(\vec{\alpha}) = \frac{1}{N} \sum_i \left(E^{(i)}_{exp.} - E^{(i)}_{cal.}(\vec{\alpha}) \right)$$

où la somme porte sur les N niveaux expérimentaux $E^{(i)}_{exp}$. Les $E^{(i)}_{cal}(\vec{\alpha})$ sont les valeurs calculées pour une valeur $\vec{\alpha}$ des paramètres soit dans le cadre de l'approximation particule-trou ordinaire (Approximation I, Cf. 1.25), soit avec l'approximation particule-trou généralisée (Approximation II, Cf. 3.2).

Au lieu d'un χ^2 aux erreurs absolues on peut définir un χ^2 aux erreurs relatives (V. Gillet et N. Vinh Mau [55]), mais cette définition a l'inconvénient de donner un poids important aux niveaux les plus bas qui sont généralement les plus collectifs donc les plus sensibles à la variation des paramètres de l'interaction.

En toute rigueur une force effective déterminée par

une méthode de moindres carrés n'a de signification que relativement au modèle numérique utilisé. Le vecteur $\vec{\alpha}$ dans l'espace des paramètres est en effet déterminé de façon à corriger les imperfections du traitement numérique et à simuler les effets des termes négligés par les approximations utilisées. On peut espérer cependant qu'en délimitant une région de meilleur accord suffisamment large dans l'espace des paramètres, celle-ci conservera une signification avec les améliorations de la théorie et du traitement numérique. La région déterminée dans le présent calcul, reflètera entre autres les effets des simplifications suivantes :

a)- limitation aux diagrammes particule-trou ;

b)- remplacement du problème de Hartree-Fock par des données phénoménologiques ;

c)- forme simplifiée de l'interaction effective (enparticulier pas de composante tensorielle) ;

d)- potentiel nucléaire harmonique infini et fonctions radiales calculées sans énergie spin-orbite.

Les effets du champ coulombien moyen négligés dans le cas du Carbone et de l'Oxygène, n'ont pas d'influence appréciable sur la région de meilleur accord, comme le montre le tableau 5.3 où l'on a porté, pour la force indiquée, les états dipolaires et octupolaires de l'Oxygène 16 calculés en considérant le spin isotopique comme un bon nombre quantique ou non (Chap. IV § 6).

1⁻				3⁻				
I		II		I		II		
A	B	A	B	A	B	A	B	
23.3	23.3	23.2	23.2	20.4	20.4	20.3	20.3	
17.1	17.0	17.0	16.9	15.2	15.3	15.0	15.1	
15.0	14.9	15.0	14.9	6.75	6.76	4.11	4.13	T = 0
9.33	9.23	9.25	9.14					
4.80	4.73	0.66	0.34					
25.6	25.5	25.4	25.3	24.1	24.0	24.1	24.0	
22.4	22.5	21.9	21.9	18.4	18.6	18.4	18.5	
19.4	19.4	19.4	19.3	12.7	12.7	12.7	12.7	T = 1
18.2	18.0	18.1	18.0					
13.5	13.3	13.5	13.3					

Tableau 5.3

Effets du champ coulombien moyen sur les niveaux dipolaires et octupolaires de ^{16}O.

(A) Sans champ coulombien (B) Avec champ coulombien

Force effective utilisée : μ α = 1 ; V = -40 ; H = 0.4 ; = 0 ; η = 0.6. (Cette force est différente de la force du tableau 5.5 par la valeur de).

Les résultats des colonnes IIB sont obtenus avec l'approximation symétrique du paragraphe 2, Chap. 7.

Les simplifications précédentes conduisent à des erreurs différentes d'un noyau à l'autre de sorte que les régions de meilleur accord peuvent, à priori, être différentes selon le noyau particulier considéré. Des régions très différentes indiquent que le traitement, appuyé sur la manipulation des paramètres de l'interaction effective, est surtout phénoménologique. Au contraire,si elles sont identiques,on peut accorder un plus grand crédit au modèle théorique utilisé. On voit l'intérêt d'étendre ce type d'analyse au nombre maximum de noyaux.

Données expérimentales introduites dans les χ^2.

On a fait choix, pour le Carbone 12 et l'Oxygène 16, du nombre maximum de niveaux complètement identifiés (multipolarité, parité, spin isotopique) qui peuvent raisonnablement être décrits par l'approximation particule-trou. Ces niveaux sont donnés dans le tableau 5.4. A ces niveaux on ajoute,dans le cas de l'Approximation II,le niveau non physique dipolaire T = 0 le plus bas qui doit être obtenu à l'énergie zéro (Chap.III § 8). C'est une condition nécessaire,mais non suffisante,pour la self-consistance des solutions.

On dispose donc dans le cas de l'Approximation II de 16 données (9 pour ^{16}O et 7 pour ^{12}C) pour déterminer les cinq paramètres de l'interaction effective, et de 14 données dans le cas de l'Approximation I.

Tous les niveaux de l'Oxygène 16 choisis sont de

	J	π	T	E meV
Oxygène	0	-	0	10.9
	0	-	1	12.8
	1	-	1	13.01
	1	-	1	22.6
	1	-	1	25.7
	2	-	1	12.96
	3	-	0	6.2
	3	-	1	13.2
Carbone	1	-	1	17.5
	1	-	1	22.5
	1	+	1	15.11
	2	+	0	4.43
	2	+	1	16.11
	3	-	0	9.8

Niveaux de ^{16}O et ^{12}C utilisés dans le χ^2 .

Tableau 5.4

parité impaire. Les configurations négligées les plus basses sont éloignées d'environ 30 meV des niveaux calculés. Ces derniers doivent donc être bien décrits par l'Approximation I, et en conséquence par l'Approximation II. Par contre, dans le cas du Carbone 12, on a introduit trois niveaux de parité paire en raison du petit nombre de données expérimentales disponibles. Bien que pour ceux-ci la configuration $1p^{3/2}-1p^{1/2}$ soit prépondérante, les premières configurations deux trous-deux particules ($\sim$ 26 meV) vont jouer un rôle aussi important que les transitions $2\hbar\omega$ à peine inférieures de quelques meV. L'erreur introduite sera plus importante pour les niveaux 1^+ (T = 1) et 2^+ (T = 1) que pour le niveau 2^+ (T = 0) en raison de leur position. On peut déjà prévoir que les χ^2 du Carbone 12 seront plus grands que ceux de l'Oxygène 16 si la manipulation des paramètres de l'interaction effective n'est pas capable de simuler les effets des configurations deux trous-deux particules. L'approximation II, qui ne fait intervenir que des excitations à un nombre impair de particules (et de trous), ne rend pas compte, même de façon approchée, des effets des configurations deux trous-deux particules.

Région explorée dans l'espace des paramètres.

Les χ^2 ont été calculés aux points d'intersection du quadrillage suivant dans l'espace à cinq dimensions des paramètres de l'interaction effective

35 meV	$\leq V \leq$	65 meV	par pas de 5 meV
-0.4	$\leq H \leq$	0.6	" " " 0.2
-0.2	$\leq \theta \leq$	0.8	" " " 0.2
0.4	$\leq \eta \leq$	0.7	" " " 0.1

$$= \mu/b = \begin{cases} 0.85 \ ; \ 1 \ ; \ 1.15 & \text{pour l'Oxygène 16} \\ 0.87 \ ; \ 1.02 \ ; \ 1.17 & \text{pour le Carbone 12} \end{cases}$$

La légère différence entre les valeurs du rapport μ/b pour le Carbone 12 et l'Oxygène 16 a été introduite pour rendre compte à μ constant de la variation du puits nucléaire, telle qu'elle est déterminée par les expériences de diffusion d'électrons de haute énergie [25] : $\alpha = 0{,}69$ fermi^{-1} pour ^{12}C et 0.675 f^{-1} pour ^{16}O.

3.- Dépendance paramétrique des résultats.

Les forces effectives les "meilleures" pour le Carbone 12 et l'Oxygène 16.

Il y a un certain arbitraire à définir la force effective la "meilleure", car la recherche aux moindres carrés conduit à définir des régions de l'espace des paramètres à l'intérieur desquelles toutes les forces donnent des résultats également acceptables. Des différences de quelques centaines de keV ne sont pas significatives, eu égard aux simplifications et approximations du traitement numérique. Nous définirons cependant un point de l'espace des paramètres correspondant à un χ^2 minimum même si sa signification est très relative, pour étudier la dépendance paramétrique des niveaux et du χ^2 autour de ce point. Nous nous sommes fixé comme critère pour choisir les forces du tableau 5.5 de prendre celles qui donnent dans le cadre de l'Approximation II les χ^2 les plus faibles pour ^{16}O et ^{12}C respectivement, tout en ayant les caractéristiques

les plus voisines l'une de l'autre.

	μ/b	θ	H	η	V_{meV}
^{12}C	1.02	0.	0.4	0.6	-40
^{16}O	1.	0.	0.4	0.4	-40

Tableau 5.5

Les deux forces choisies ne diffèrent que par la valeur du paramètre η . Remarquons que pour des valeurs de b fournies par la diffusion d'électrons de haute énergie, elles ont une portée de 1.68 fermi de l'ordre de celle de la diffusion nucléon-nucléon dans l'état triplet pour un facteur de forme gaussien[56]. La profondeur du puits est par contre nettement plus faible. La composante de Majorana est égale à la composante de Wigner comme pour une force de Serber ; c'est une caractéristique plus ou moins partagée par les forces de Soper et de Ferrell et Visscher. En cela elles sont très différentes de la force de Rosenfeld. La caractéristique qui différencie le plus les forces du tableau 5.5 des forces usuelles est la très forte composante de Heisenberg ($H = 0.4$). L'amplitude de diffusion singlet, η, par contre, prend des valeurs voisines des valeurs généralement

admises. Il faut insister sur le caractère purement indicatif de ces deux forces. En particulier on montrera qu'il existe une relation entre les paramètres θ et H de sorte qu'on peut obtenir des résultats tout aussi satisfaisants pour des valeurs de H plus faibles lorsqu'on augmente θ .

Dépendance paramétrique des niveaux.

Les figures 5.1 à 5.5 représentent les variations de niveaux caractéristiques de l'Oxygène 16 et du Carbone 12 en fonction d'un seul des paramètres $\mu/b, V, H, \theta, \eta$. Les quatre autres paramètres sont maintenus à leurs valeurs du tableau 5.5. Le nombre de niveaux représentés pour un ensemble de nombres quantiques donnés correspond à la dimension du sous-espace de configurations particule-trou utilisé. Celles-ci sont données, ainsi que leurs énergies, dans le chapitre VI. Les courbes en traits continus correspondent à l'Approximation I, celles en traits discontinus à l'Approximation II. Les énergies en meV sont portées en ordonnées et on a représenté par un trait gras la position expérimentale du ou des niveaux contribuant au χ^2 . Les régions hachurées correspondent à des valeurs propres imaginaires, celles-ci ayant été remplacées par leur module affecté du signe (-), afin de permettre le calcul d'un χ^2 pour toutes les valeurs des paramètres (Chap. IV § 9). On a porté le long des courbes la contribution relative du niveau considéré à la règle de somme. Elle est parfois omise pour des raisons de clarté, ou pour les niveaux 0^- qui ne peuvent être excités que par conversion interne. Sur ces courbes

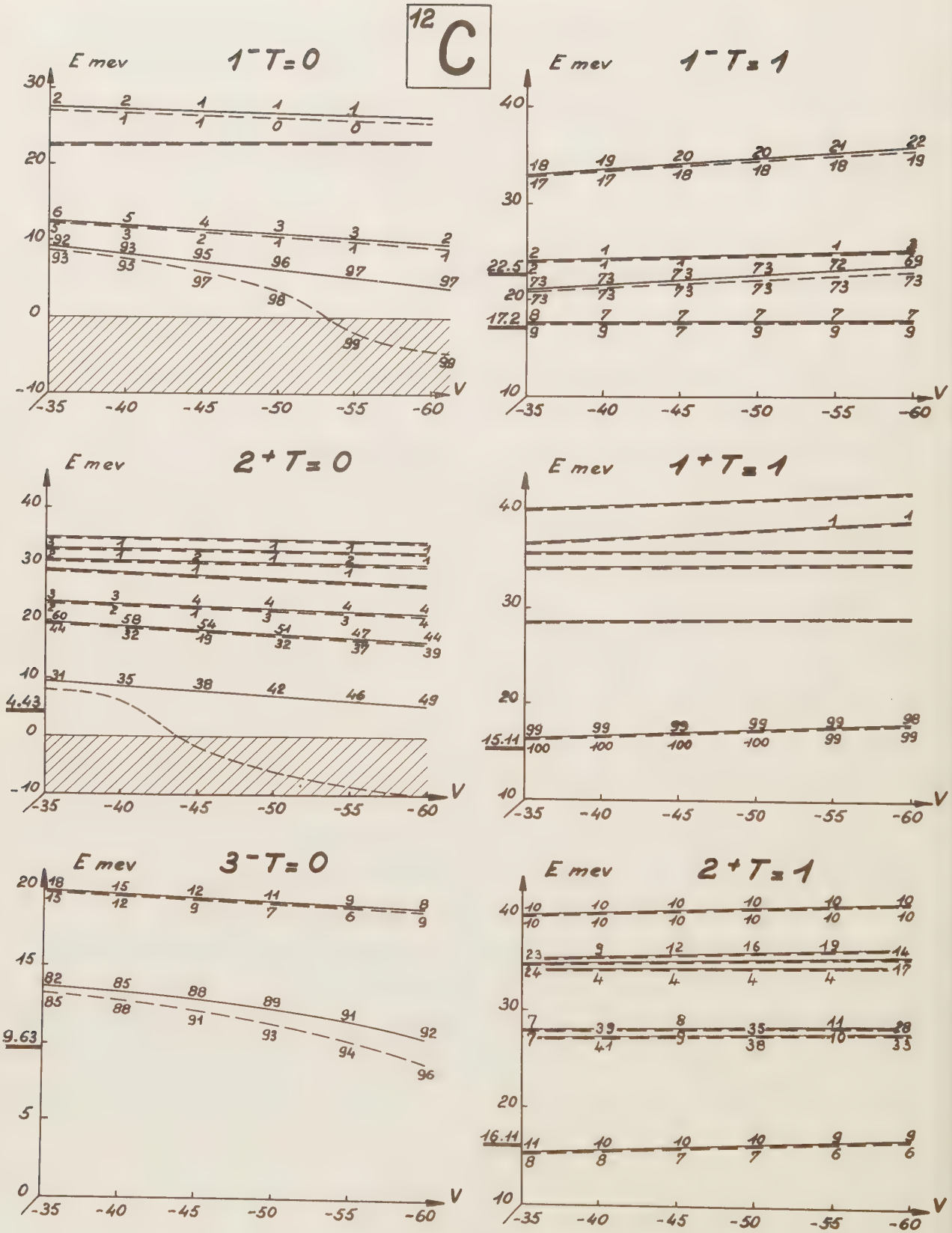

12 C
E mev
1⁻ T=0
1⁻ T=1
2⁺ T=0
1⁺ T=1
3⁻ T=0
2⁺ T=1
4.43
15.11
9.63
16.11
22.5
17.2
V
-35
-40
-45
-50
-55
-60

Fig: 5-1a

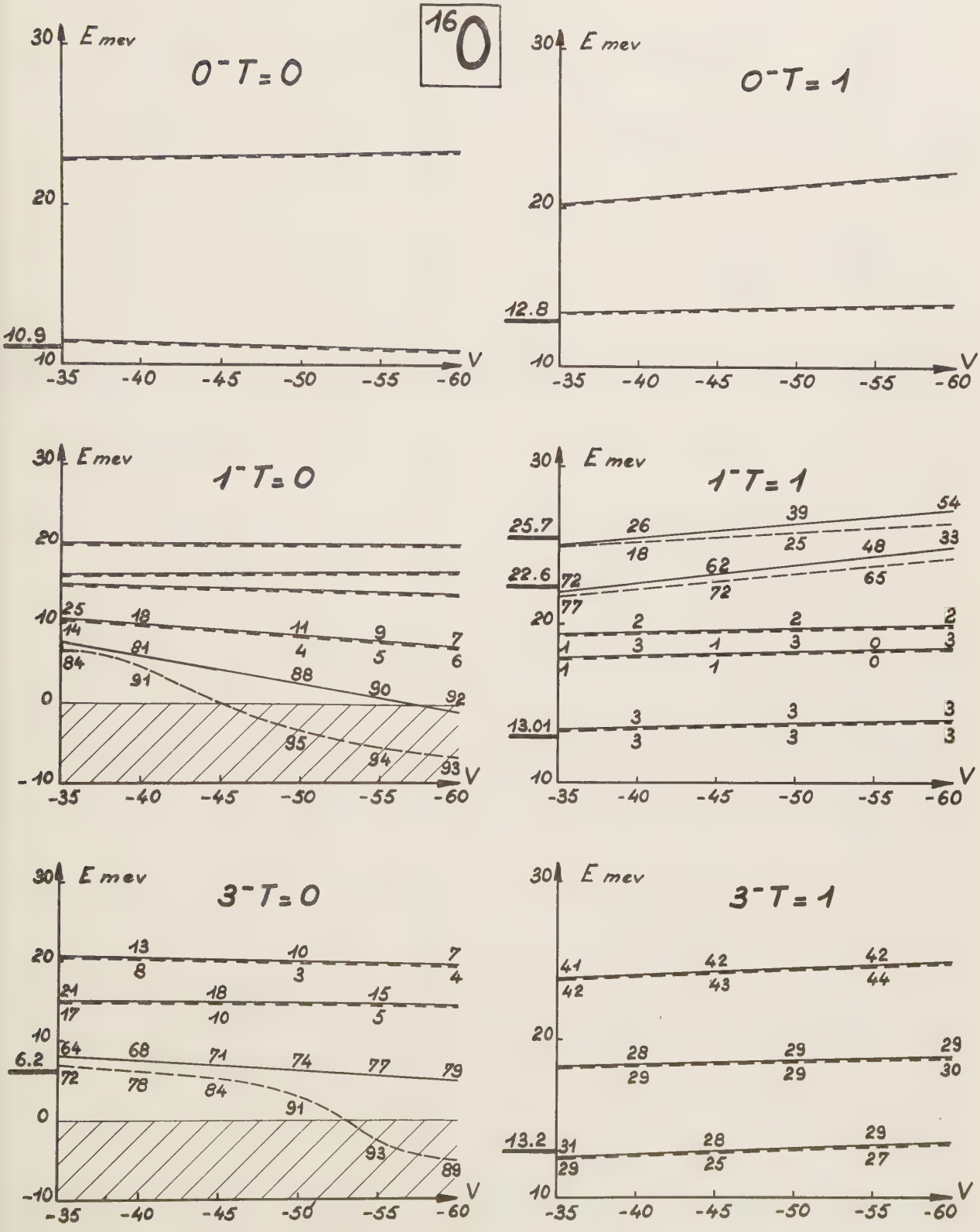

16O
0⁻ T=0
0⁻ T=1
1⁻ T=0
1⁻ T=1
3⁻ T=0
3⁻ T=1
E mev
V
30
20
10
0
-10
10.9
12.8
6.2
25.7
22.6
13.01
13.2
-35
-40
-45
-50
-55
-60

Fig : 5-16

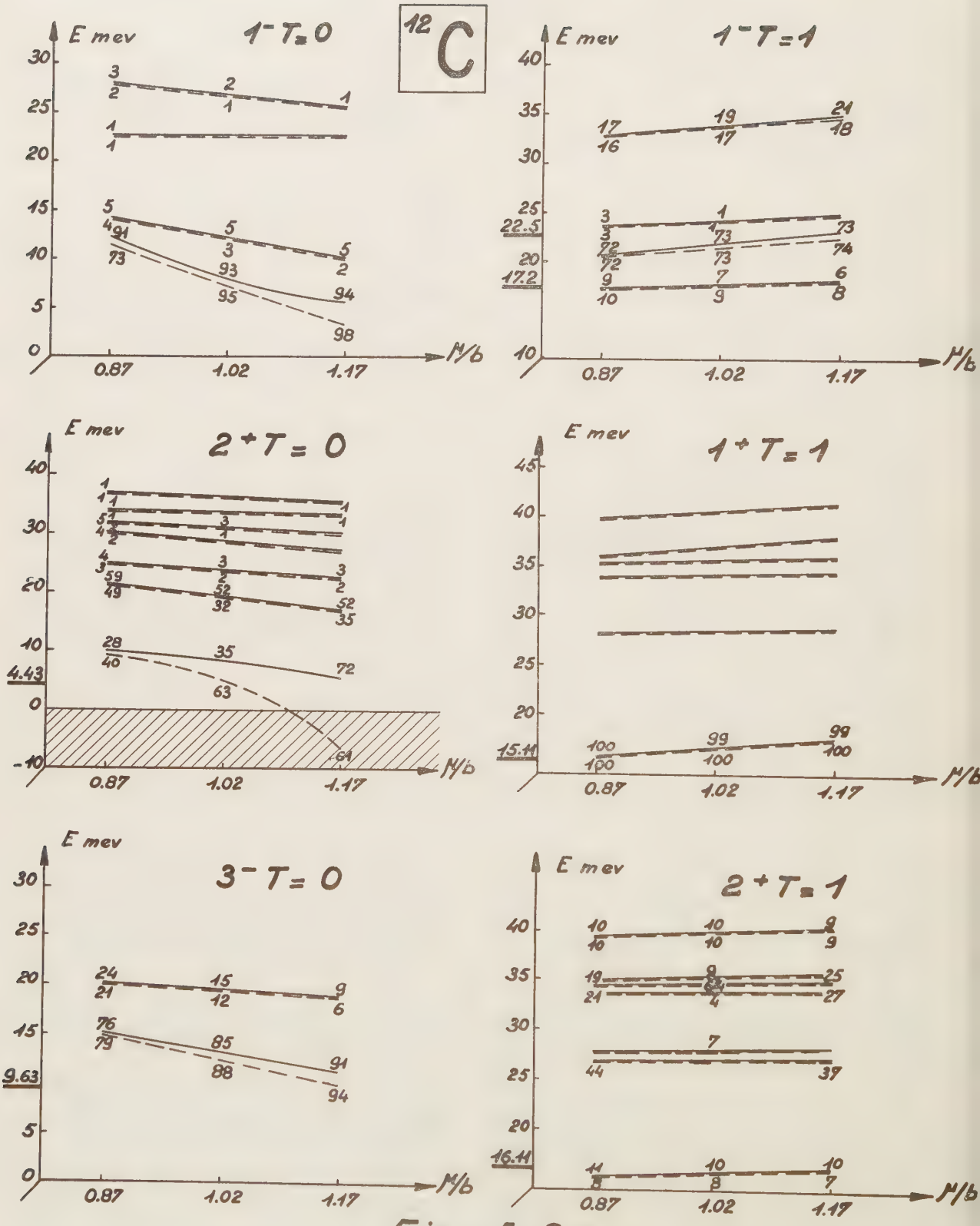

12C
E mev
1⁻ T=0
30
25
20
15
10
5
0
0.87
1.02
1.17
M/b
E mev
1⁻ T=1
40
35
30
25
22.5
20
17.2
10
0.87
1.02
1.17
M/b
E mev
2⁺ T=0
40
30
20
10
4.43
0
-10
0.87
1.02
1.17
M/b
E mev
1⁺ T=1
45
40
35
30
25
20
15.11
0.87
1.02
1.17
M/b
E mev
3⁻ T=0
30
25
20
15
9.63
5
0
0.87
1.02
1.17
M/b
E mev
2⁺ T=1
40
35
30
25
20
16.11
0.87
1.02
1.17
M/b

Fig : 5-2a

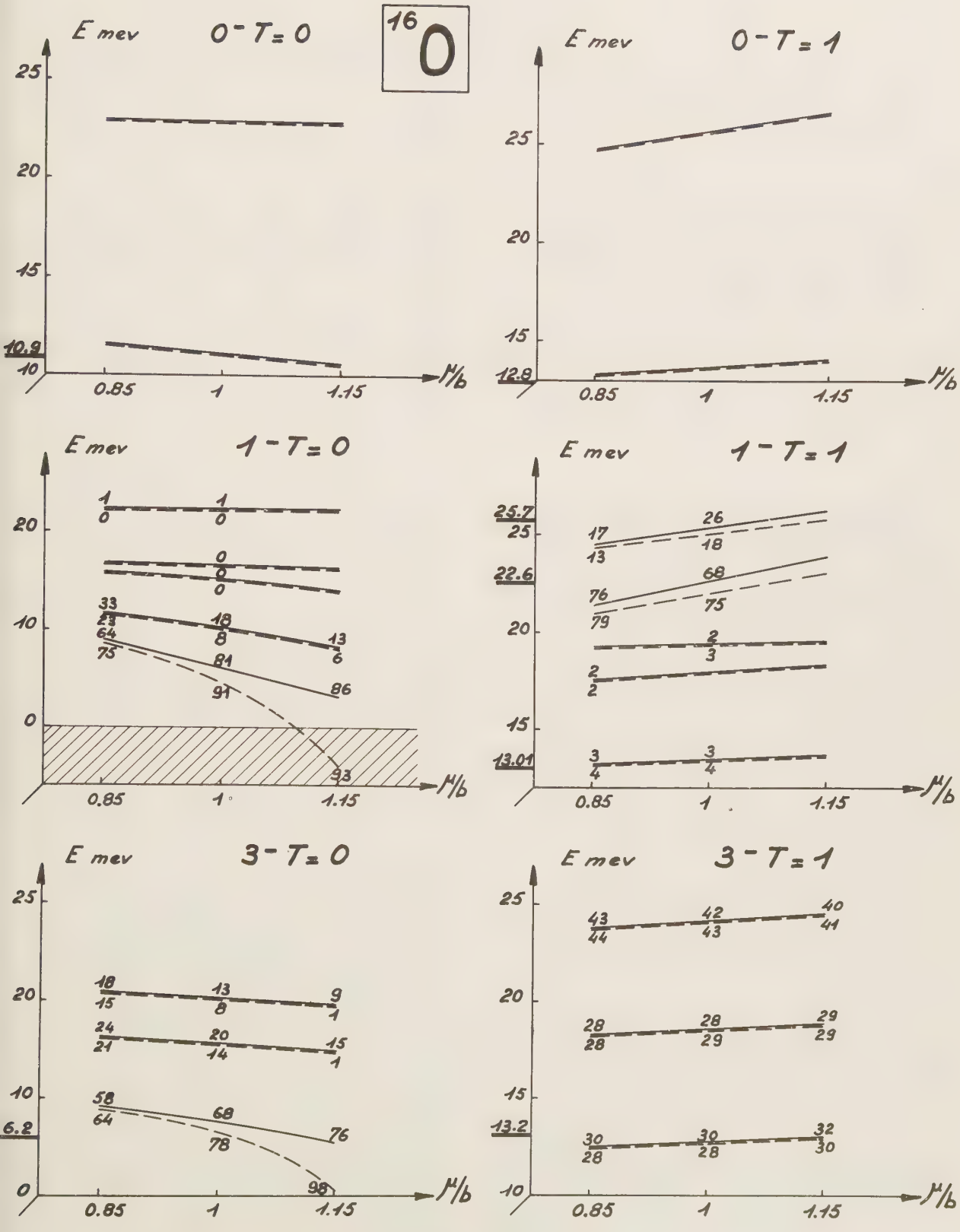

16 O
E mev
0⁻ T= 0
25
20
15
10.9
10
0.85
1
1.15
μ/b
E mev
0⁻ T= 1
25
20
15
12.8
0.85
1
1.15
μ/b
E mev
1⁻ T= 0
20
10
0
0.85
1
1.15
μ/b
E mev
1⁻ T= 1
25.7
25
22.6
20
15
13.01
0.85
1
1.15
μ/b
E mev
3⁻ T= 0
25
20
10
6.2
0
0.85
1
1.15
μ/b
E mev
3⁻ T= 1
25
20
15
13.2
10
0.85
1
1.15
μ/b

Fig: 5-2b

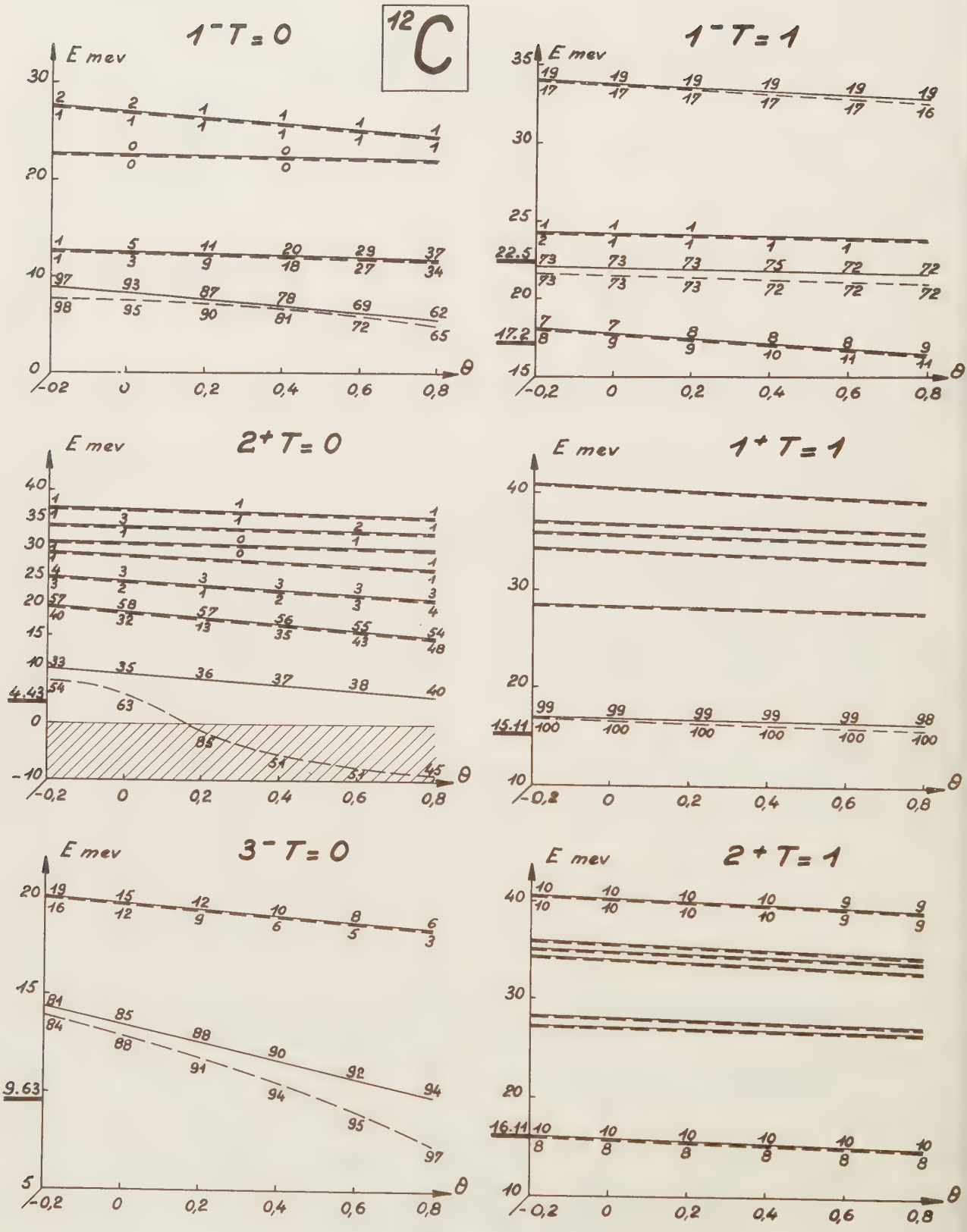


Fig : 5-3a

Fig : 5 - 3b

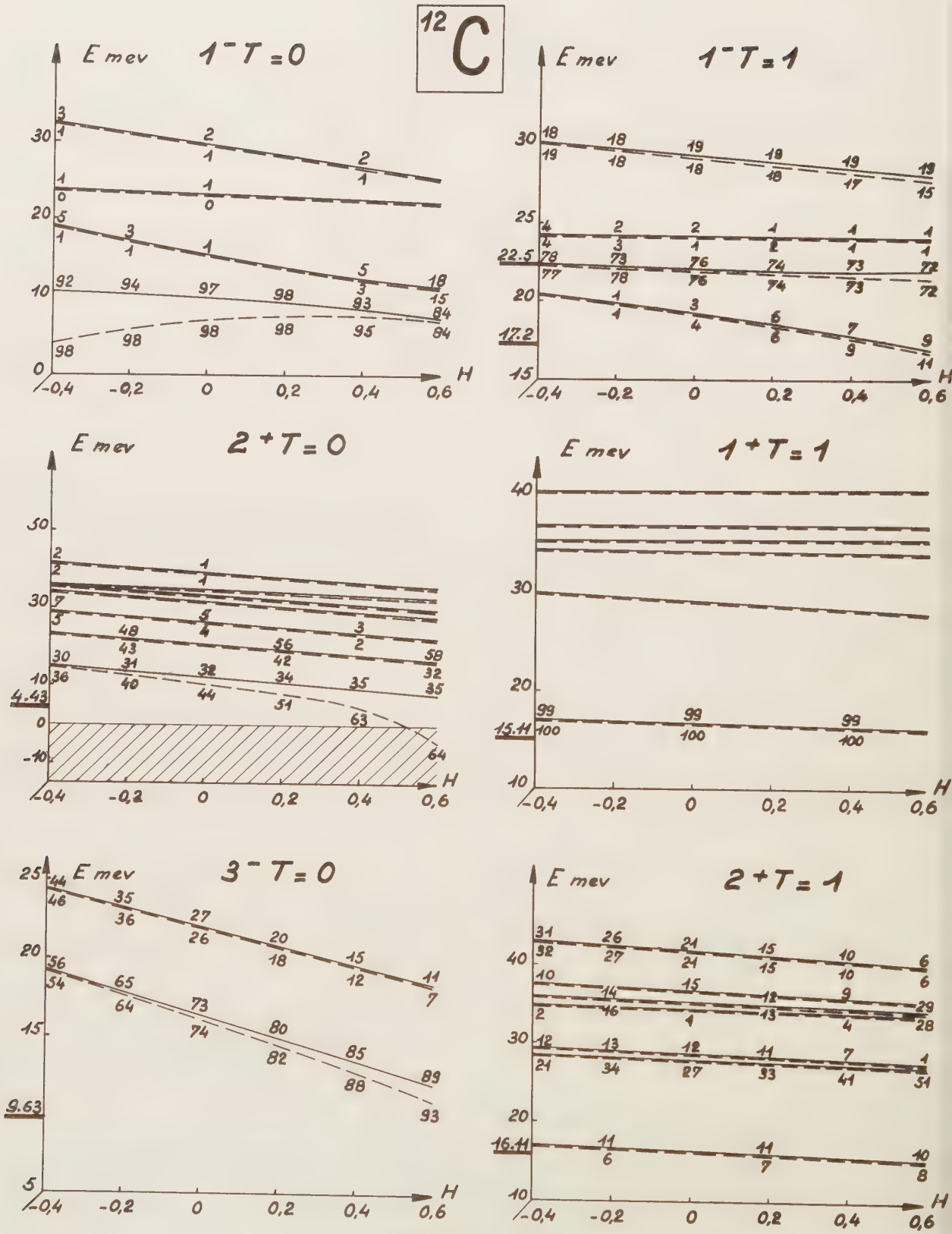

12C
E mev
1⁻ T = 0
1⁻ T = 1
2⁺ T = 0
1⁺ T = 1
3⁻ T = 0
2⁺ T = 1
H
-0,4
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
4.43
17.2
15.11
9.63
16.11

Fig : 5.4a

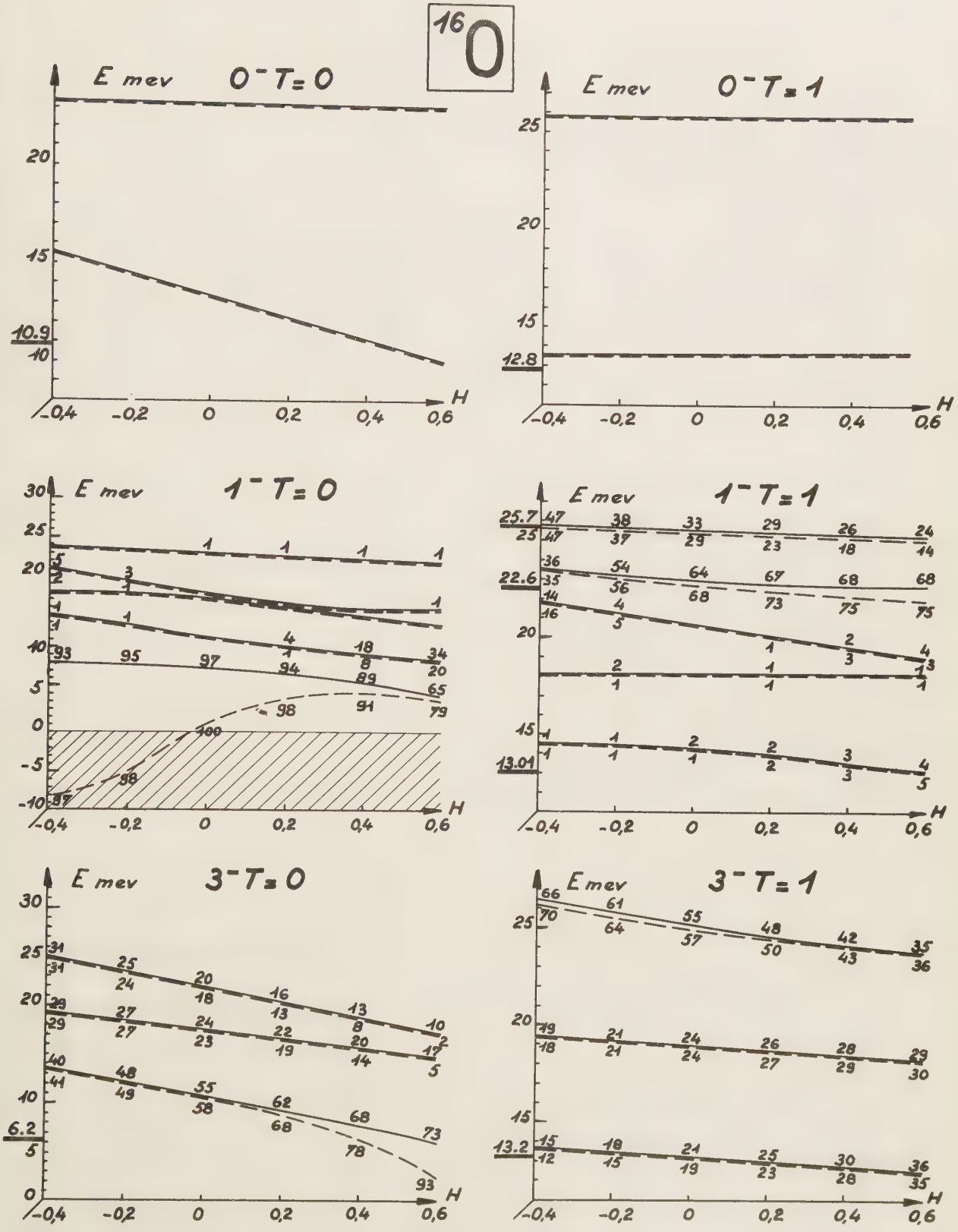

16O
E mev
0⁻ T=0
10.9
H
E mev
0⁻ T=1
12.8
H
E mev
1⁻ T=0
H
E mev
1⁻ T=1
25.7
22.6
13.01
H
E mev
3⁻ T=0
6.2
H
E mev
3⁻ T=1
13.2
H

Fig 5.4b

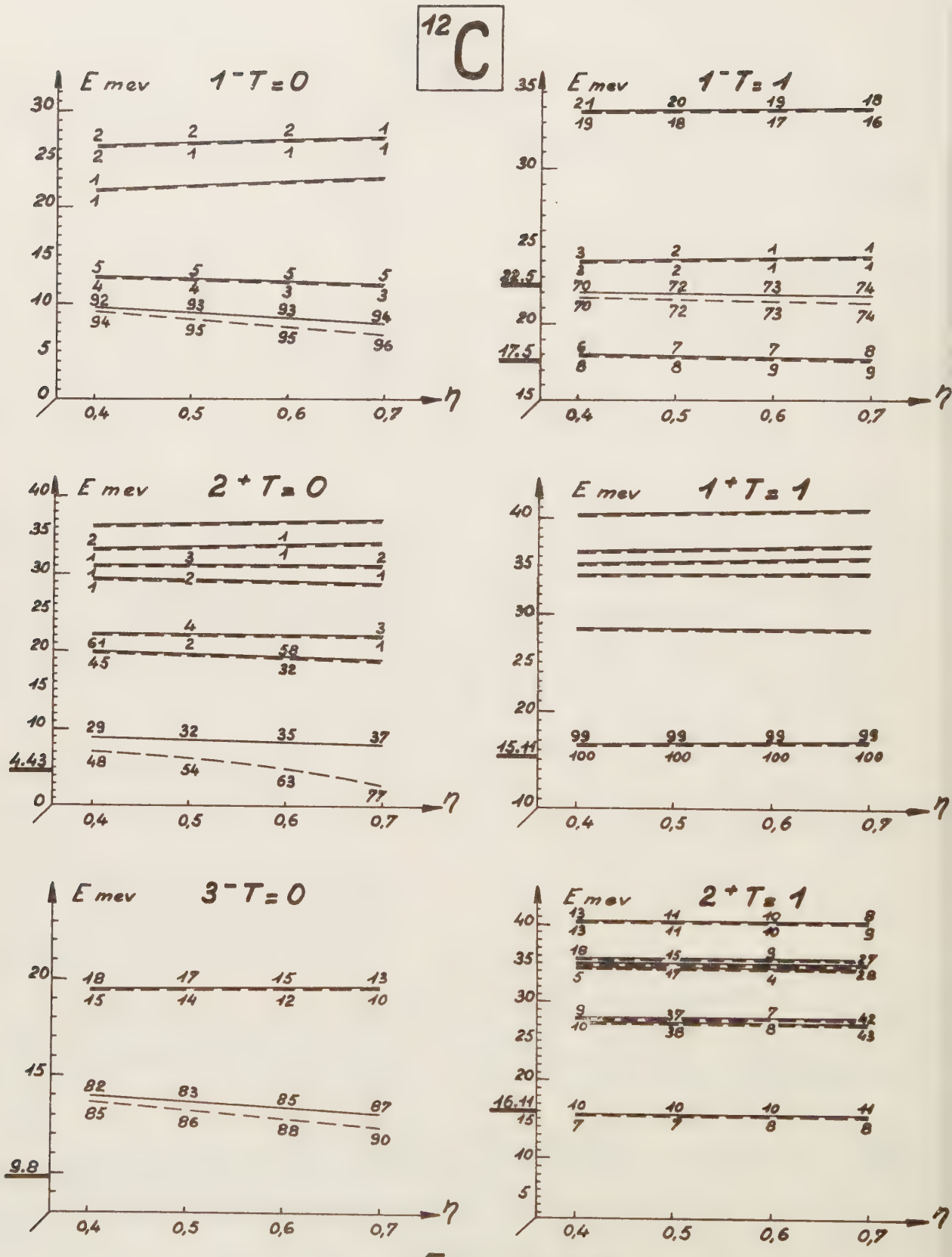

12C
E mev
1⁻ T = 0
1⁻ T = 1
2⁺ T = 0
1⁺ T = 1
3⁻ T = 0
2⁺ T = 1
4.43
15.11
9.8
16.11
22.5
17.5
η
0,4
0,5
0,6
0,7

Fig : 5.5a

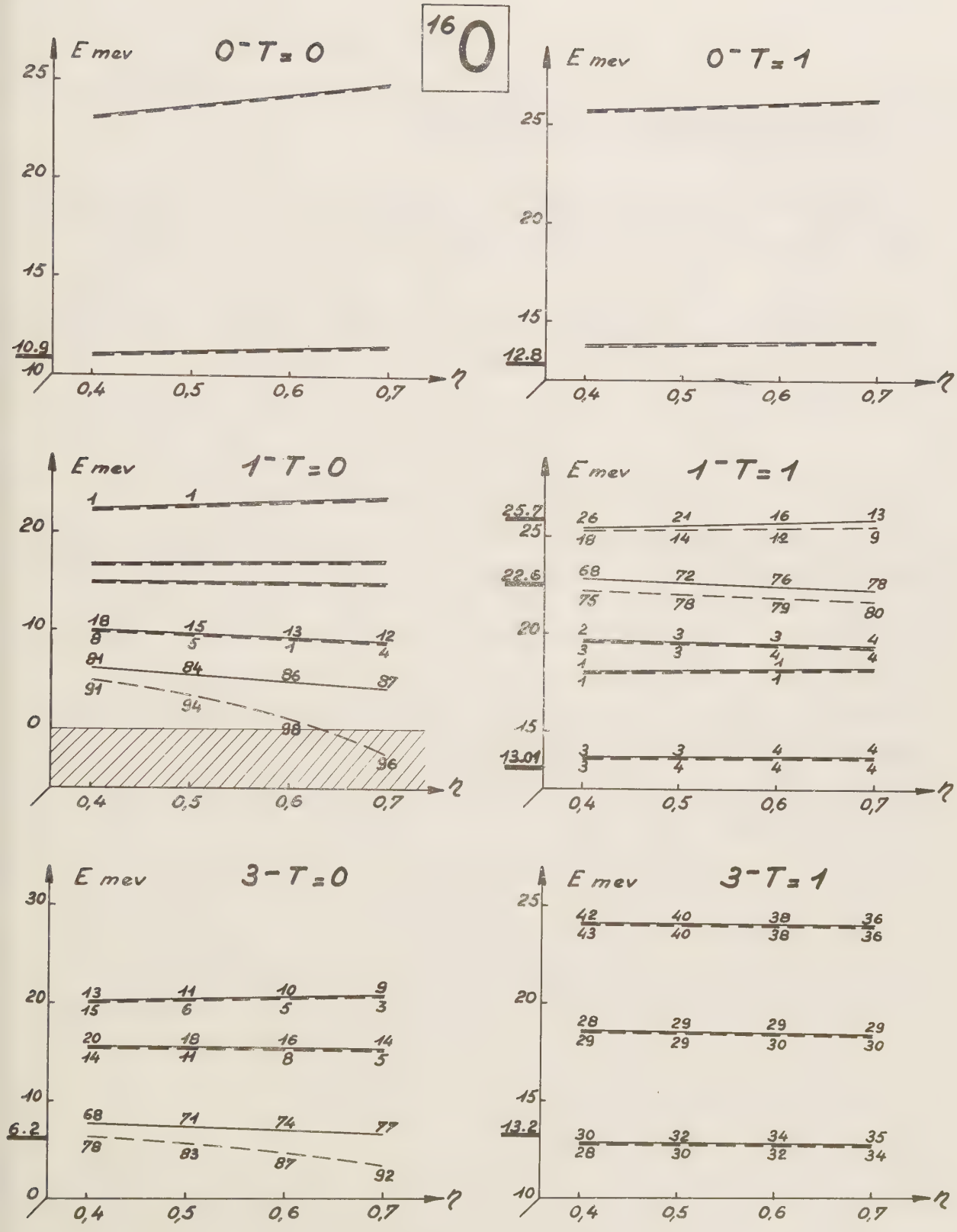

16O
E mev
0⁻ T = 0
25
20
15
10.9
10
0,4
0,5
0,6
0,7
η
E mev
0⁻ T = 1
25
20
15
12.8
0,4
0,5
0,6
0,7
η
E mev
1⁻ T = 0
20
10
0
1
1
18
8
15
5
13
1
12
4
81
84
86
87
91
94
98
96
0,4
0,5
0,6
0,7
η
E mev
1⁻ T = 1
25.7
25
22.6
20
15
13.01
26
21
16
13
18
14
12
9
68
72
76
78
75
78
79
80
2
3
3
4
3
3
4
4
1
1
1
1
3
3
4
4
3
4
4
4
0,4
0,5
0,6
0,7
η
E mev
3⁻ T = 0
30
20
10
6.2
0
13
11
10
9
15
6
5
3
20
18
16
14
14
11
8
5
68
71
74
77
78
83
87
92
0,4
0,5
0,6
0,7
η
E mev
3⁻ T = 1
25
20
15
13.2
10
42
40
38
36
43
40
38
36
28
29
29
29
29
29
30
30
30
32
34
35
28
30
32
34
0,4
0,5
0,6
0,7
η

Fig : 5.5 b

on voit que :

- Pour tous les niveaux de nature non collective les deux approximations donnent le même résultat.

- La résonance dipolaire géante, T = 1, dans l'Approximation II, est légèrement déplacée par rapport à l'Approximation I.

- Les niveaux collectifs, T = 0, sont très fortement abaissés dans l'Approximation II et leur contribution à la règle de somme est augmentée.

Par ailleurs le comportement général des niveaux est celui indiqué par le modèle schématique (Chap. III § 9). L'interaction est répulsive dans les états T = 1 et attractive dans les états T = 0. Lorsqu'elle augmente les niveaux T = 0 sont abaissés tandis que les niveaux T = 1 s'élèvent. Ce comportement n'est rigoureusement vérifié que pour les variations en fonction de la profondeur et de la portée. Il est plus compliqué pour les variations des paramètres de mélange. Ainsi la composante de Heisenberg, qui intervient avec le signe (-) dans l'expression 5.1 , est répulsive pour les niveaux 1^- (T = 0) mais attractive pour les niveaux 2^+ (T = 0) et 3^- (T = 0). La position des niveaux dans l'Approximation II est toujours inférieure à celle prévue par l'Approximation I, ce qui est normal puisqu'on passe du problème séculaire I au problème séculaire II principalement par la soustraction de la matrice $\mathcal{B}^2$ de la matrice $\mathcal{A}^2$ (cf. expression 4.13 et suivantes).

Dépendance paramétrique du χ^2 .

Les figures 5.6 donnent les courbes de χ^2 en fonction d'un seul paramètre, les autres étant maintenus à leur valeur du tableau 5.5. Les courbes en traits pleins sont calculées avec l'Approximation I, celles en traits discontinus avec l'Approximation II. On remarque que les dépendances paramétriques du χ^2 dans les deux noyaux sont similaires ; elles conduisent aux remarques suivantes.

- Autour du minimum il existe une certaine stationnarité par rapport à la variation des paramètres, plus marquée dans le cas de l'Approximation I et pour les paramètres V, θ et γ .

- Dans l'Approximation II les χ^2 sont plus sensibles aux paramètres de l'interaction effective. Ce comportement est lié à l'abaissement des niveaux collectifs $T = 0$, (Cf. figures 5.1 à 5.5).

- Les positions des minimums restent inchangées lorsqu'on passe du Carbone 12 à l'Oxygène 16 si on utilise l'Approximation II. Elles sont au contraire très différentes avec l'Approximation I.

Ce dernier résultat sera précisé plus bas.

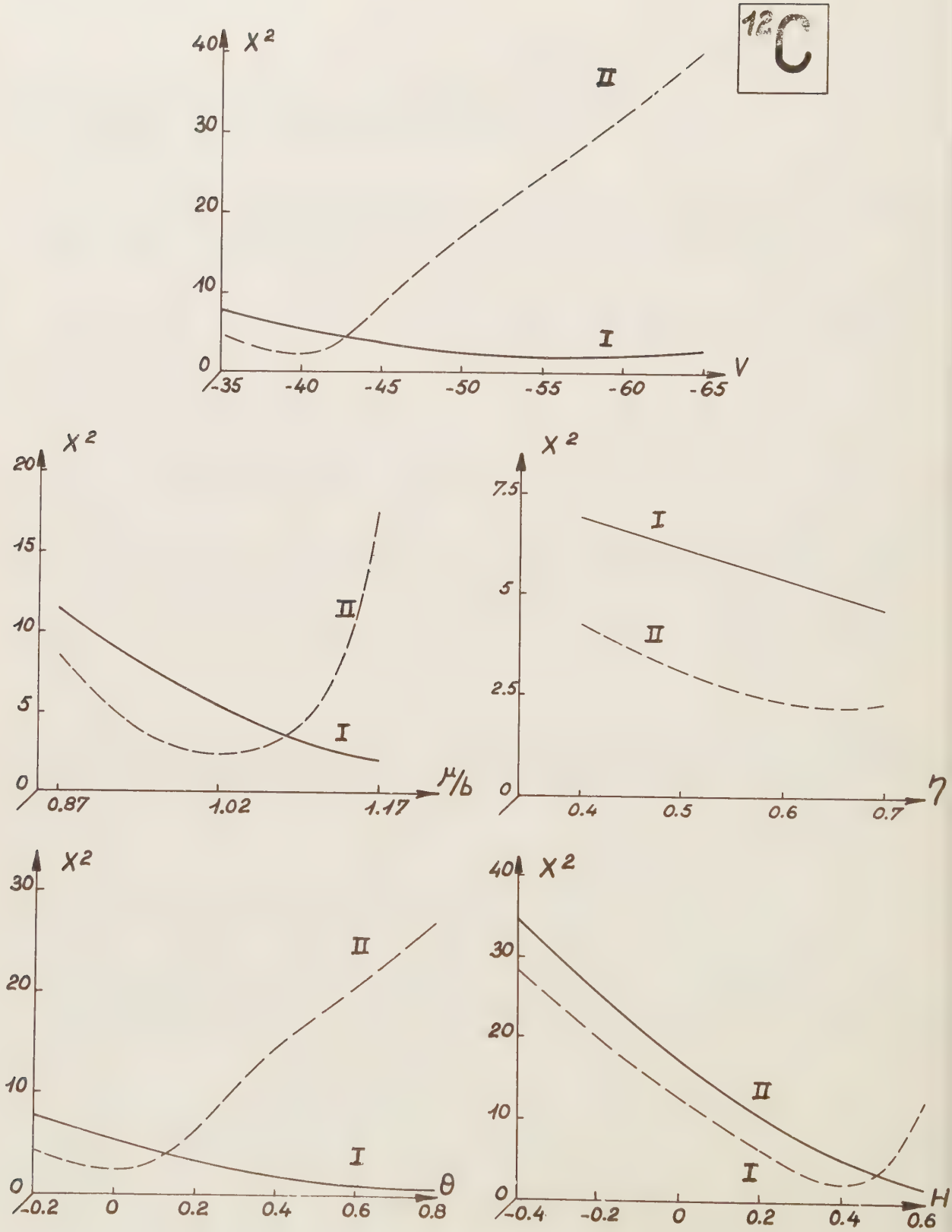

12C
40
X²
30
20
10
0
II
I
V
-35
-40
-45
-50
-55
-60
-65
20
15
10
5
0
μ/b
0.87
1.02
1.17
7.5
2.5
η
0.4
0.5
0.6
0.7
θ
-0.2
0.2
0.8
H
-0.4

Fig : 5.6 a

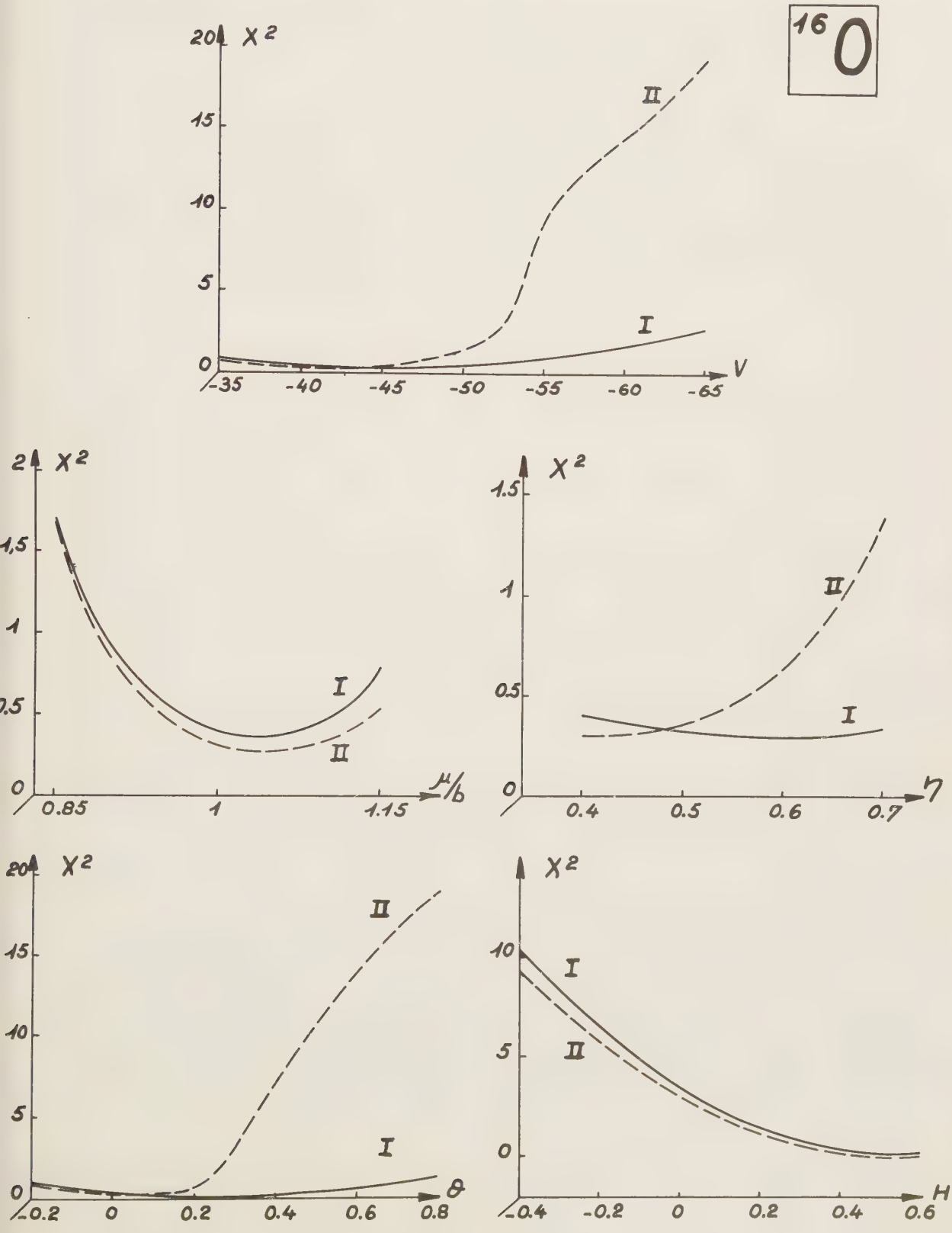

16O
20
X²
15
10
5
0
II
I
V
-35
-40
-45
-50
-55
-60
-65
2
X²
1,5
1
0,5
0
I
II
μ/b
0.85
1
1.15
1.5
X²
1
0.5
0
II
I
η
0.4
0.5
0.6
0.7
20
X²
15
10
5
0
II
I
θ
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
X²
10
5
0
I
II
H
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

Fig : 5 - 6 b

4.- La région de meilleur accord dans l'espace des paramètres de l'interaction effective.

Pour définir la région de meilleur accord dans l'espace des paramètres de l'interaction effective, on étudie le comportement du χ^2 en fonction de deux des paramètres, les autres étant maintenus à leurs valeurs du tableau 5.5. Les cartes de χ^2 des figures 5.7 à 5.11 correspondent respectivement à :

$\chi^2 = f(\theta, H)$	Figures 5.7
$\chi^2 = f(V, H/b)$	" 5.8
$\chi^2 = f(V, \theta)$	" 5.9
$\chi^2 = f(V, H)$	" 5.10
$\chi^2 = f(V, \eta)$	" 5.11

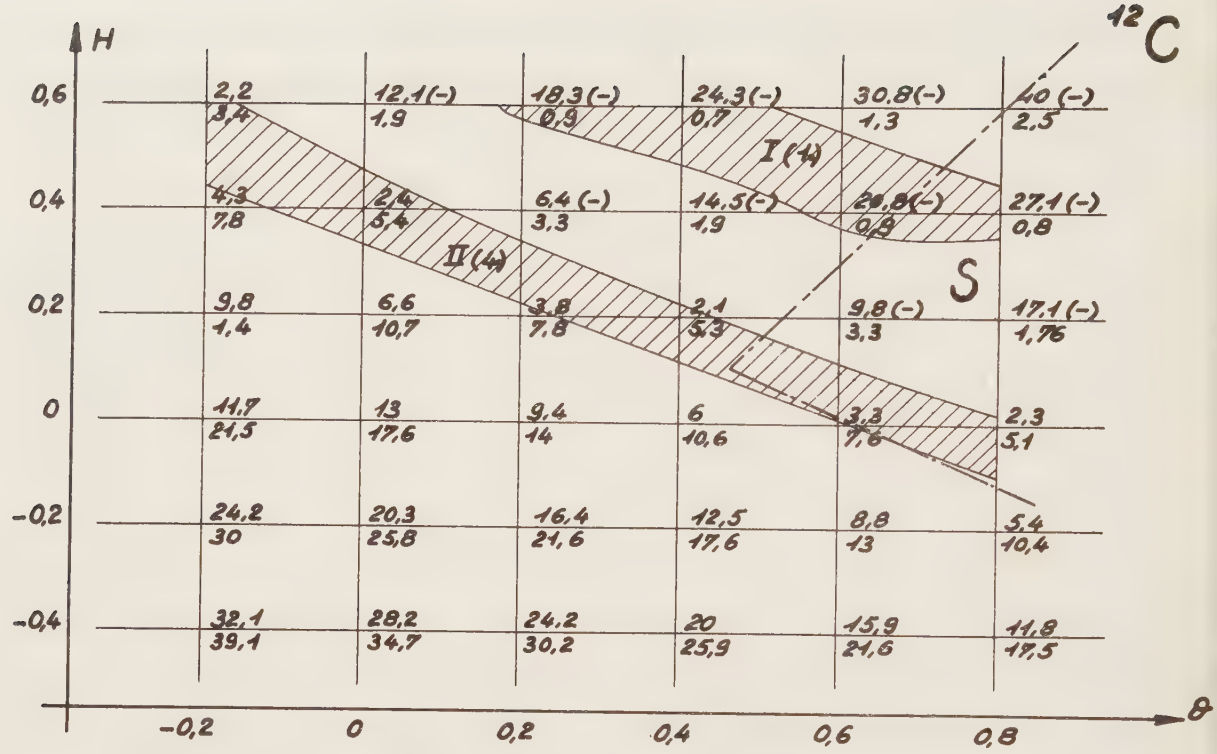
On a porté aux différents points du quadrillage les valeurs correspondantes du χ^2 calculées avec l'Approximation II, chiffre supérieur, et avec l'Approximation I, chiffre inférieur.

Pour matérialiser la région de meilleur accord, on a tracé l'équipotentielle la plus petite compatible avec les valeurs calculées, et hachuré le domaine qu'elle enferme. On a indiqué à l'intérieur de chaque zone hachurée la valeur du χ^2 sur l'équipotentielle correspondante. Chaque figure comporte deux régions hachurées, l'une correspondant

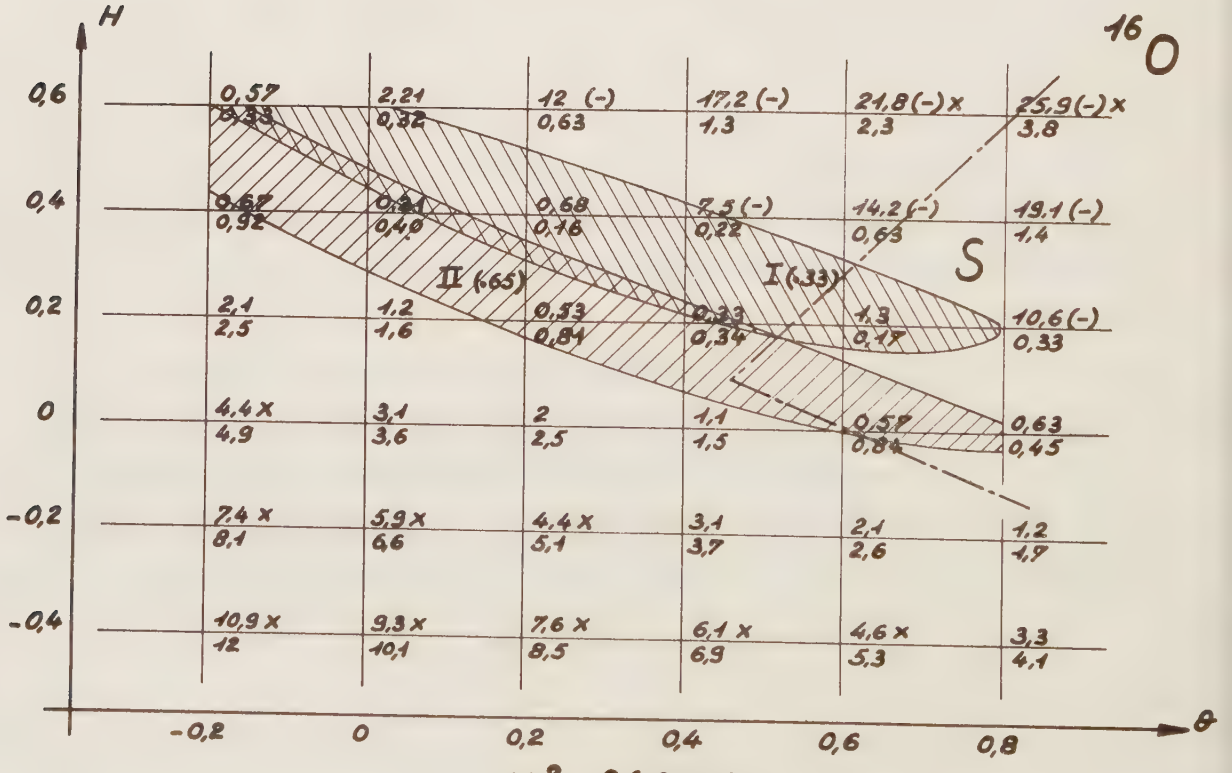
à la région du χ^2 minimum dans l'Approximation I, l'autre dans l'Approximation II. On obtient ainsi un ensemble de sections droites des régions de meilleur accord par des plans passant tous par les points définis dans le tableau 5.5.

Les régions de meilleur accord sont relativement étendues ; les surfaces de χ^2 ont la forme de vallées longues et étroites déterminant des relations linéaires entre paires de paramètres. Ce comportement est analogue à celui remarqué par Barker [57] et Peaslee [7]. Il ne semble pas qu'il doive être imputé à un nombre insuffisant de données, mais plutôt en partie, aux simplifications numériques et aux approximations faites qui conduisent à une région de χ^2 minimum de valeur stationnaire non nulle. Néanmoins on peut essayer d'utiliser les relations linéaires entre paramètres, mises en évidence par ces figures, pour imposer à la force effective de vérifier certaines conditions supplémentaires telles que les données de la diffusion nucléon-nucléon ou les conditions de saturation (voir plus bas). Dans les régions du minimum,les surfaces de ont la forme de vallées aux bords plus abrupts dans l'Approximation II. La grande sensibilité du χ^2 aux variations des paramètres de l'interaction effective dans le cas II a déjà été notée dans le paragraphe précédent. Elle provient essentiellement de la contribution des niveaux de caractère collectif (cf. Figures 5.1 à 5.5).

Dans le cas de l'Oxygène 16 les χ^2 minimum sont du même ordre de grandeur pour les deux approximations ; en outre les régions du minimum sont voisines. Dans le cas du Carbone 12 au contraire les régions du minimum sont nettement séparées et les χ^2 relatifs à l'Approximation I sont nettement

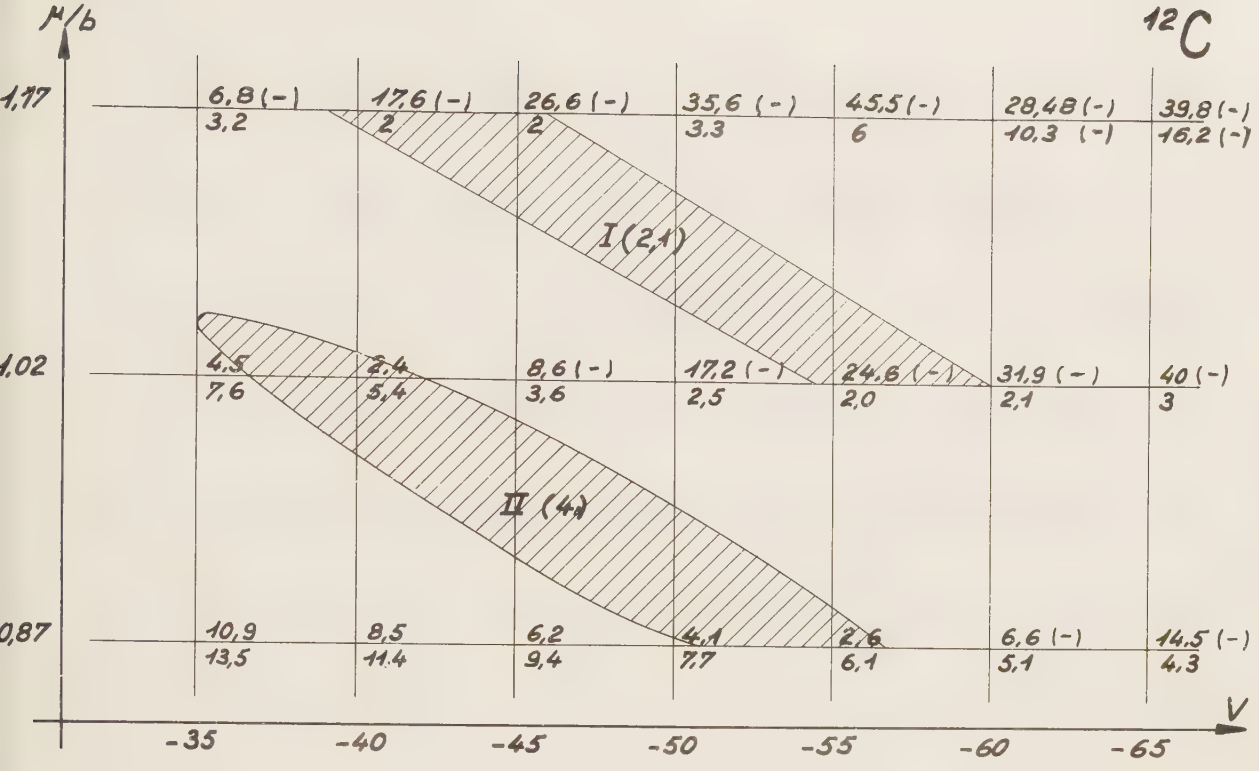


$X^2 = f(\theta, H)$

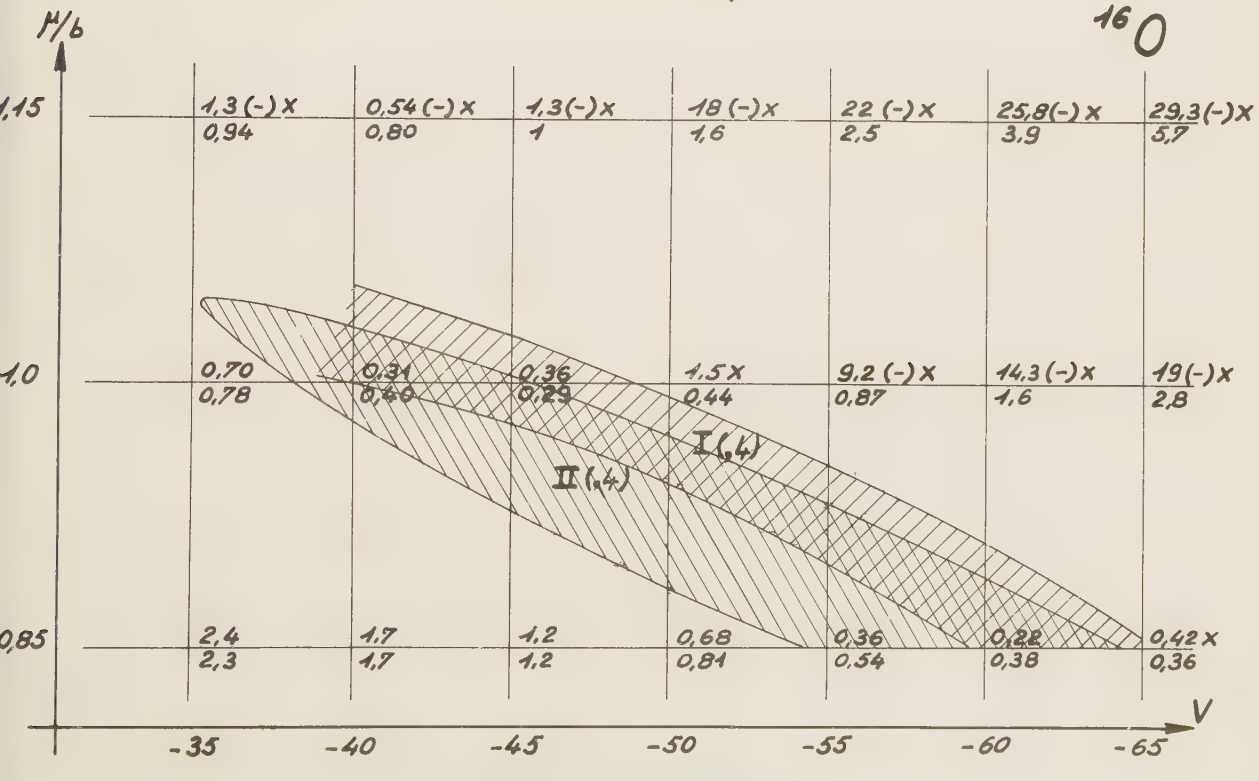


$X^2 = f(\theta, H)$

Fig : 5.7

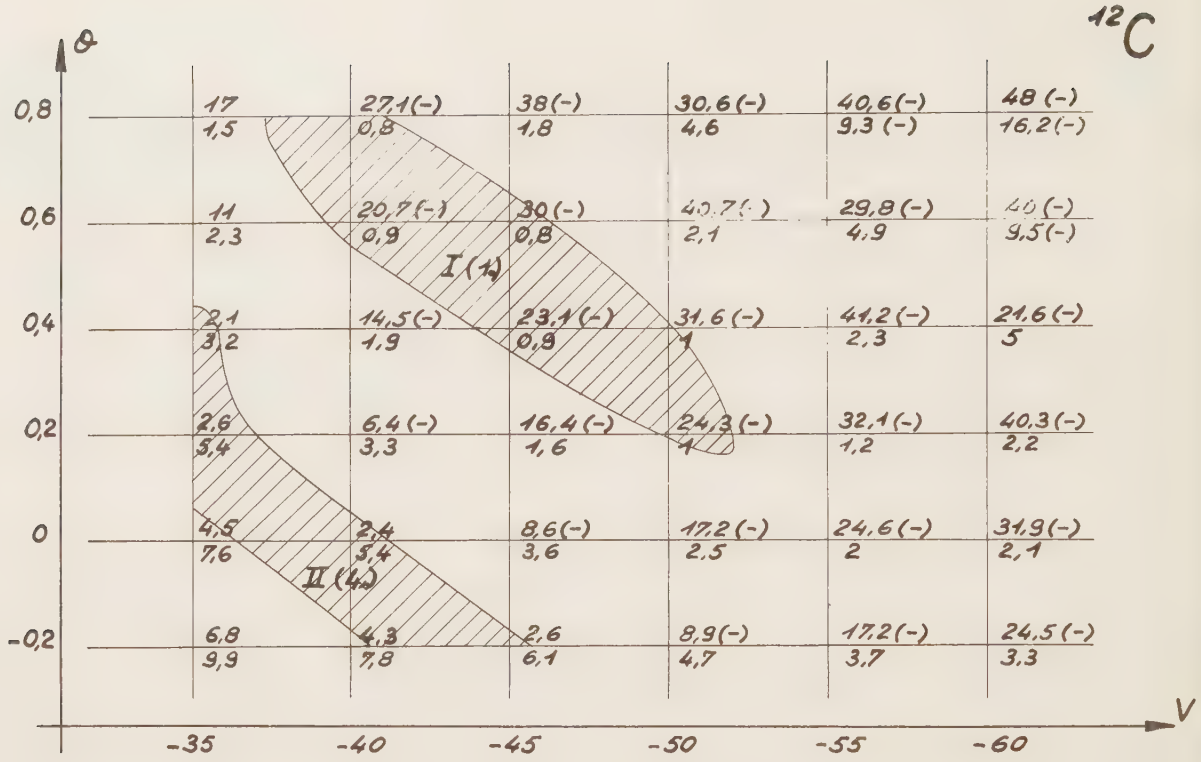


$X^2 = f(V, M/b)$



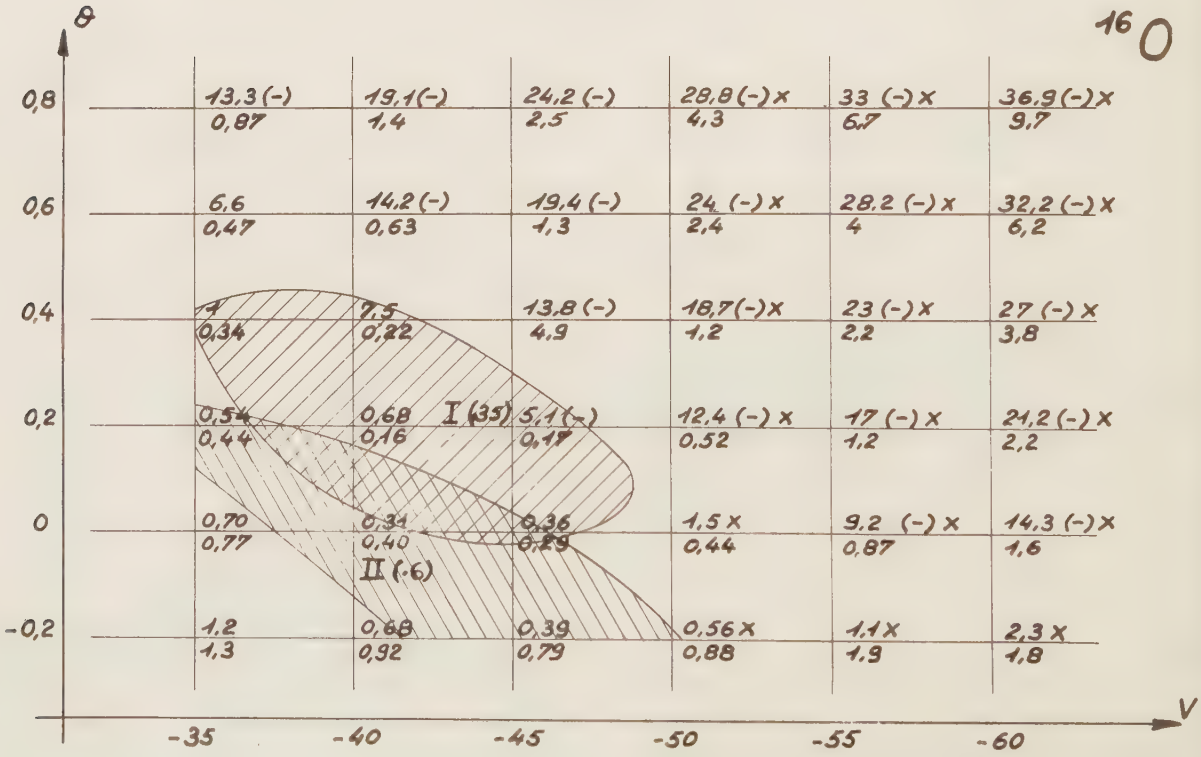
$X^2 = f(V\,M/b)$ Fig : 5-8

^{12}C



$X^2 = f(V, \theta)$

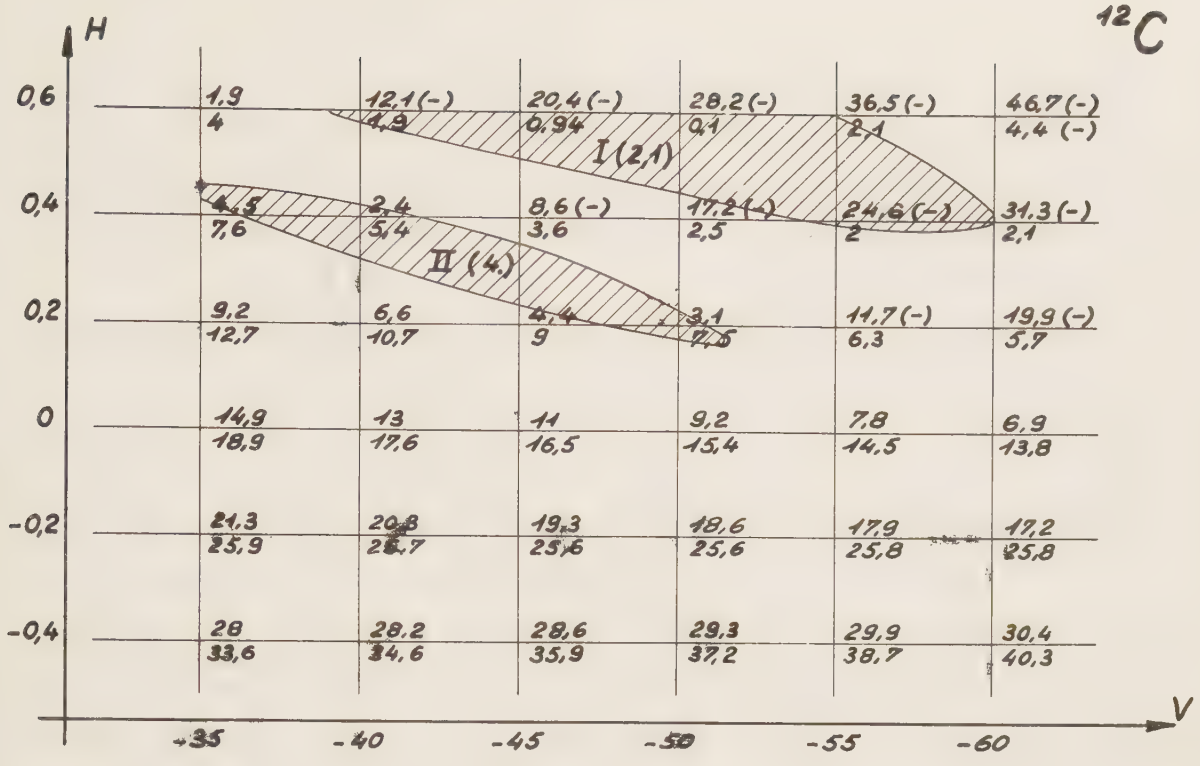
^{16}O



$X^2 = f(V, \theta)$

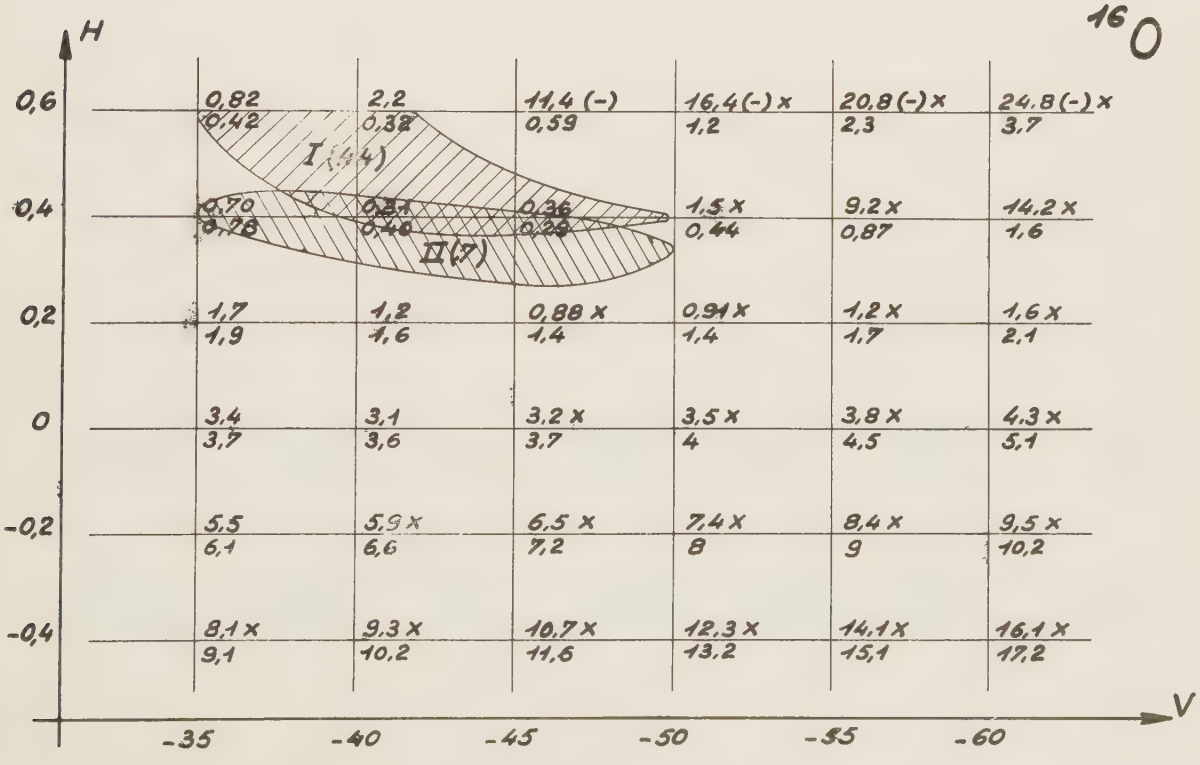
Fig : 5.9

^{12}C



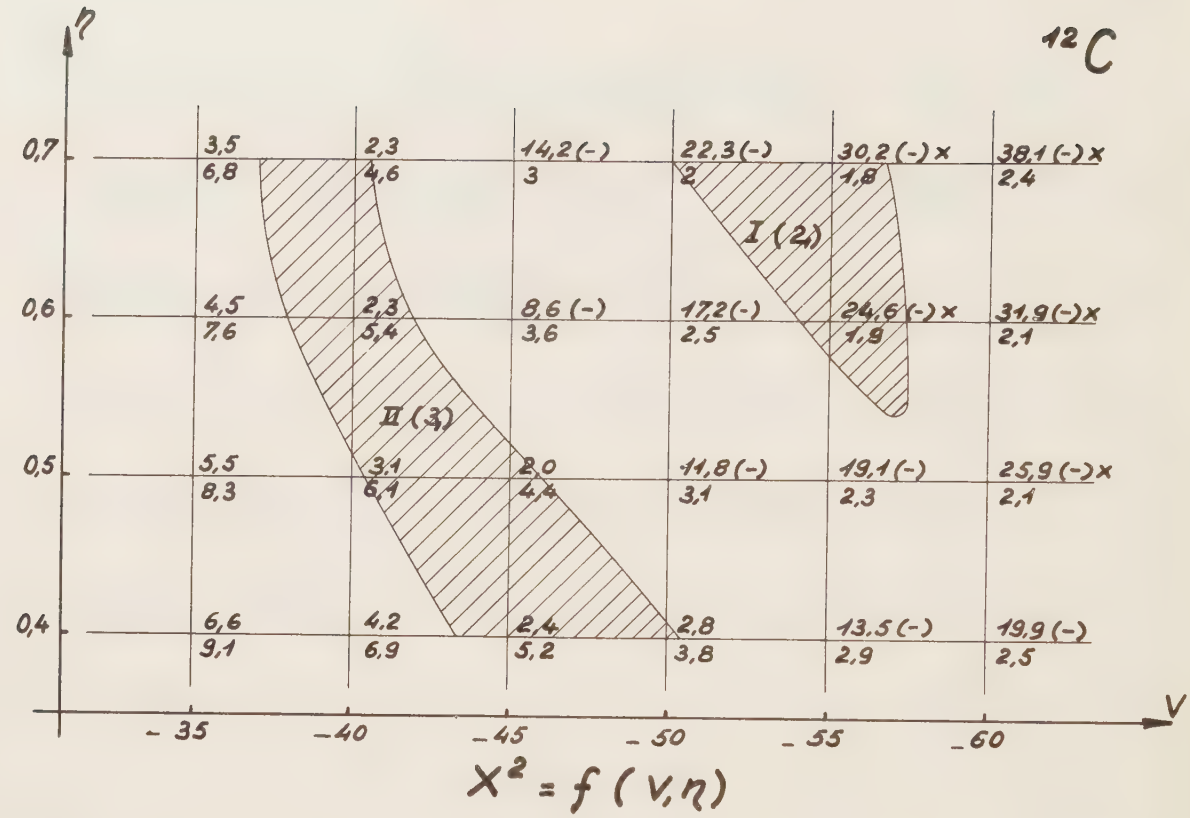
$X^2 = f(V, H)$

^{16}O

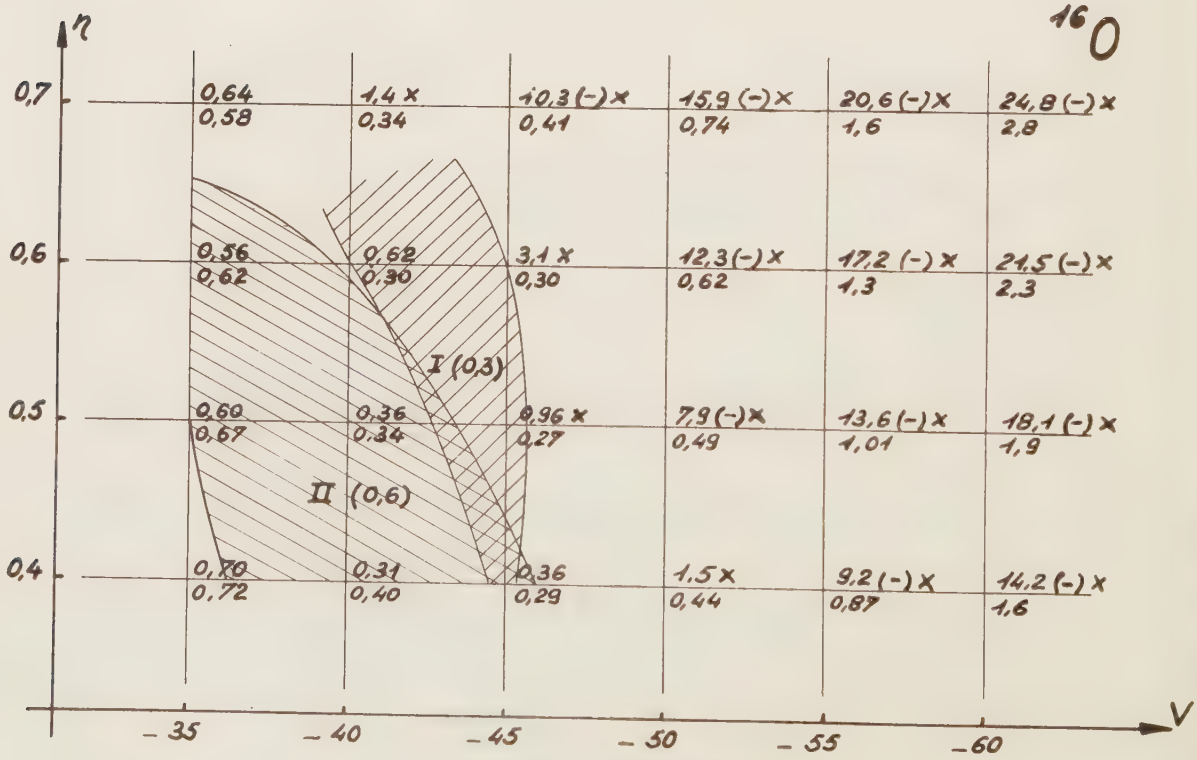


$X^2 = f(V, H)$

Fig : 5.10



$X^2 = f(V, \eta)$



$X^2 = f(V, \eta)$

Fig : 5.11

plus faibles que ceux fournis par l'Approximation II. Enfin,si on compare les tables du Carbone 12 à celles de l'Oxygène 16,on remarque que la région du minimum obtenue avec l'Approximation II reste la même lorsqu'on passe d'un noyau à l'autre. Avec l'Approximation I au contraire les régions du minimum sont nettement différentes.

On voit donc que d'une part il est plus facile d'obtenir une correction des erreurs inhérentes au modèle par modification des paramètres lorsqu'on se place dans l'Approximation I et que par ailleurs seule l'Approximation II permet de rendre compte simultanément des niveaux du Carbone et de l'Oxygène pour des valeurs semblables des paramètres de l'interaction effective. Ce résultat est lié essentiellement au comportement des états collectifs que nous analysons plus en détail dans ce qui suit.

Stabilité de la forme sphérique dans le Carbone 12 et l'Oxygène 16.

Les points du quadrillage des figures 5.7 à 5.11 pour lesquels les niveaux 2^+ (T = 0) ^{12}C et 3^- (T = 0) ^{16}O ont des valeurs propres imaginaires sont affectés du signe (-). En ces points,il ne correspond plus un minimum stable de l'énergie pour un champ de Hartree-Fock sphérique (chap. III). On voit que l'instabilité par rapport aux déformations est beaucoup plus grande dans l'Approximation II (signe (-) supérieur) que dans l'Approximation I (signe (-) inférieur). En outre la région où les déformations apparaissent (dans le cas de l'Approximation II) est parallèle et très voisine de la région de meilleur accord.

Contribution des niveaux individuels au χ^2 total.

Les figures 5.12 à 5.15 donnent une analyse des contributions particulières de différents niveaux au χ^2, en fonction des paramètres θ et H.

Sur la figure 5.12, on a représenté respectivement la contribution au χ^2 des états 1^- (T= 1) du Carbone 12 égale à :

$$\chi^2_{1^-;\,T=1} = \frac{1}{2}\left\{(22.5 - E_{cal.})^2 + (17.5 - E'_{cal.})^2\right\},$$

et celle de l'état collectif 2^+ (T = 0) du même noyau

$$\chi^2_{2^+;\,T=0} = (4.43 - E_{cal.})^2.$$

La région du minimum est beaucoup plus abrupte dans le second cas ; elle correspond d'ailleurs à la région du minimum du χ^2 La contribution du niveau collectif est prépondérante dans la détermination des paramètres de l'interaction effective. On arrive à la même conclusion en comparant la contribution au χ^2 des niveaux 1^- (T = 1) de l'Oxygène 16

$$\chi^2_{1^-;\,T=1} = \frac{1}{3}\left\{(13.1 - E_{cal.})^2 + (22.5 - E'_{cal})^2 + (25.7 - E''_{cal})^2\right\},$$

à la contribution du niveau octupolaire

$$\chi^2_{3^-;\,T=0} = (6.2 - E_{cal.})^2,$$

représentées sur la figure 5.13. Sur les deux figures on remarque également que dans l'Approximation II les zones d'accord optima pour les niveaux collectifs 2^+ (T = 0) et 3^- (T = 0) sont beaucoup plus étroites que dans l'Approximation I et qu'elles se correspondent exactement lorsqu'on passe d'un noyau à l'autre.

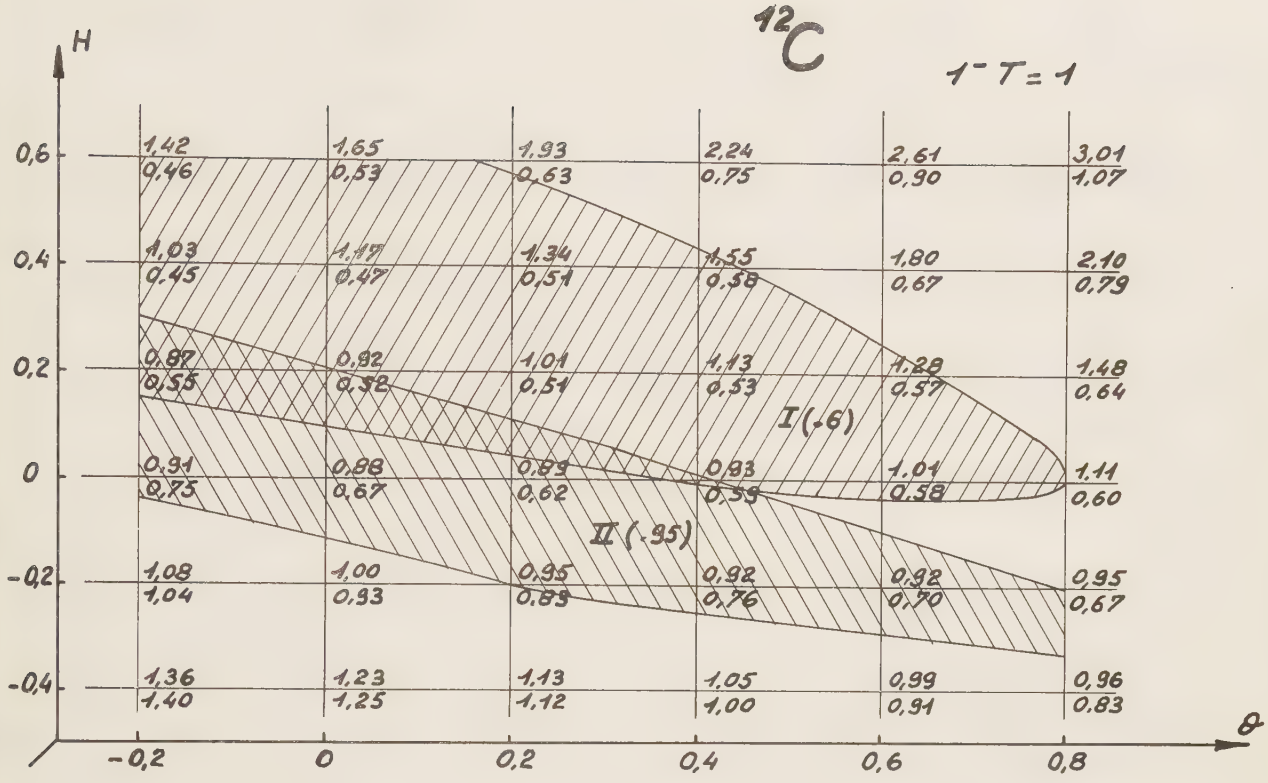
On note à nouveau que la résonance dipolaire géante du Carbone 12 ou de l'Oxygène 16 est peu sensible aux paramètres de l'interaction effective dans une approximation ou dans l'autre. Ceci explique que des calculs utilisant des forces très différentes ont donné tous une description raisonnable de cet état, (Cf. Tableau 5.2).

La très grande sensibilité des niveaux collectifs à l'interaction provient évidemment de l'importance des valeurs des éléments de matrice par rapport aux énergies de configuration. Un niveau proche d'un état du modèle en couches contribuera peu à la détermination de la force effective, comme le montre la contribution au χ^2 du niveau 2^- (T = 1) de 12.8 meV de l'Oxygène 16 (figure 5.15). La surface de χ^2 ondule faiblement. Néanmoins il est remarquable de constater, malgré la contribution négligeable de ce niveau au χ^2 total, que la région de meilleur accord qu'il détermine est conforme à celle obtenue avec le χ^2 total.

Sur les figures 5.14 et 5.15, on a également représenté les contributions du niveau dipolaire T = 0 non physique qui doit être obtenu à l'énergie zéro. Elles sont égales à $\chi^2_{1^-,T=0} = 0.2 \times E^2_{cal.}$, le facteur 0.2 limitant de façon quelque peu arbitraire le rôle joué par cette condition imposée au χ^2 . Pour l'Oxygène 16 les valeurs négatives correspondent

à des énergies imaginaires. La condition suffisante de self-consistance $(E=0)$ est vérifiée le long de la droite discontinue séparant les valeurs positives des valeurs négatives. Cette région, peu différente de la région de meilleur accord, présente un comportement cohérent avec cette dernière. Il n'en est pas de même dans le cas de l'état 1^- (T = 0) non physique du Carbone 12 qui, pour toutes les valeurs des paramètres étudiés, ne passe pas par l'énergie zéro (figure 5.15). Au contraire, dans la région de meilleur accord du χ^2 total l'état non physique a une énergie élevée, de l'ordre de 6-7 meV. Dans le cas du Carbone 12 l'introduction d'énergies expérimentales et la variation des paramètres de l'interaction ne permettent donc certainement pas d'obtenir des solutions self-consistantes.(Sur les figures 5.7 à 5.11 on a marqué d'une croix les points du quadrillage correspondant à une énergie de l'état non physique réelle).

Sur la figure 5.14 nous avons également représenté deux cas qui conduisent à des régions du minimum nettement différentes des précédentes : la contribution du niveau 3^- (0) de 9.8 meV et celle du niveau 1^+ (1) de 15.11 meV du Carbone 12. Ils ne sont expliqués que pour une interaction effective plus attractive que celle déterminée par le χ^2 total, avec une composante θ plus importante pour le 1^+ (1) que pour le 3^- (0). Ceci peut correspondre à l'importance de mécanismes particuliers non inclus dans les approximations particule-trou. Pour l'état pair de 15.11 meV, obtenu un ou deux meV trop haut pour toutes valeurs des paramètres,il est naturel de songer aux nombreuses configurations deux particules-deux trous commençant à 25 meV. Dans le cas du niveau octupolaire,on peut remarquer


^{12}C
$1^- T=1$
H
δ
I(-6)
II(-95)
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,42 0,46 | 1,65 0,53 | 1,93 0,63 | 2,24 0,75 | 2,61 0,90 | 3,01 1,07
1,03 0,45 | 1,17 0,47 | 1,34 0,51 | 1,55 0,58 | 1,80 0,67 | 2,10 0,79
0,87 0,55 | 0,92 0,58 | 1,01 0,51 | 1,13 0,53 | 1,28 0,57 | 1,48 0,64
0,91 0,73 | 0,88 0,67 | 0,89 0,62 | 0,83 0,59 | 1,01 0,58 | 1,11 0,60
1,08 1,04 | 1,00 0,93 | 0,95 0,89 | 0,92 0,76 | 0,92 0,70 | 0,95 0,67
1,36 1,40 | 1,23 1,25 | 1,13 1,12 | 1,05 1,00 | 0,99 0,91 | 0,96 0,83

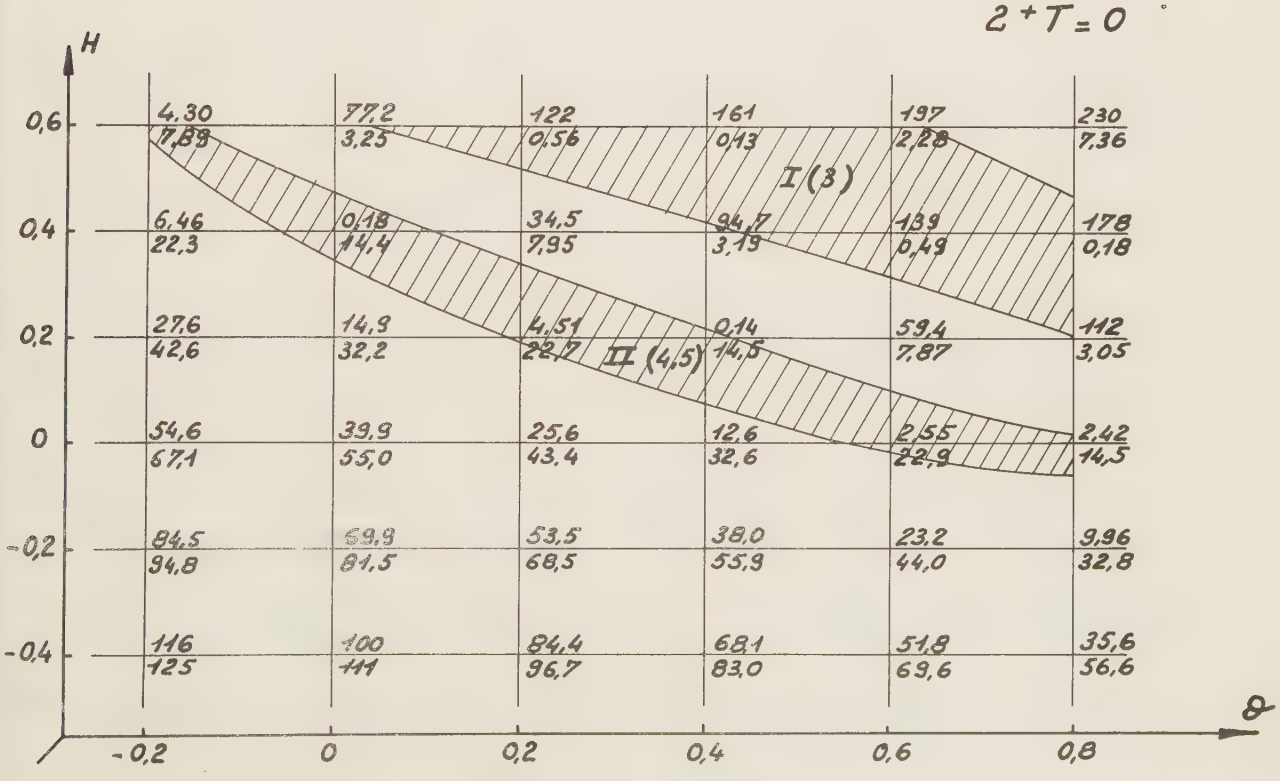

$2^+ T=0$
H
δ
I(3)
II(4,5)
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
4,30 7,89 | 77,2 3,25 | 122 0,56 | 161 0,13 | 197 2,28 | 230 7,36
6,46 22,3 | 0,18 14,4 | 34,5 7,95 | 94,7 3,19 | 139 0,49 | 178 0,18
27,6 42,6 | 14,9 32,2 | 4,51 22,7 | 0,14 14,5 | 59,4 7,87 | 112 3,05
54,6 67,1 | 39,9 55,0 | 25,6 43,4 | 12,6 32,6 | 2,55 22,9 | 2,42 14,5
84,5 94,8 | 69,9 81,5 | 53,5 68,5 | 38,0 55,9 | 23,2 44,0 | 9,96 32,8
116 125 | 100 111 | 84,4 96,7 | 68,1 83,0 | 51,8 69,6 | 35,6 56,6

Fig : 5-12

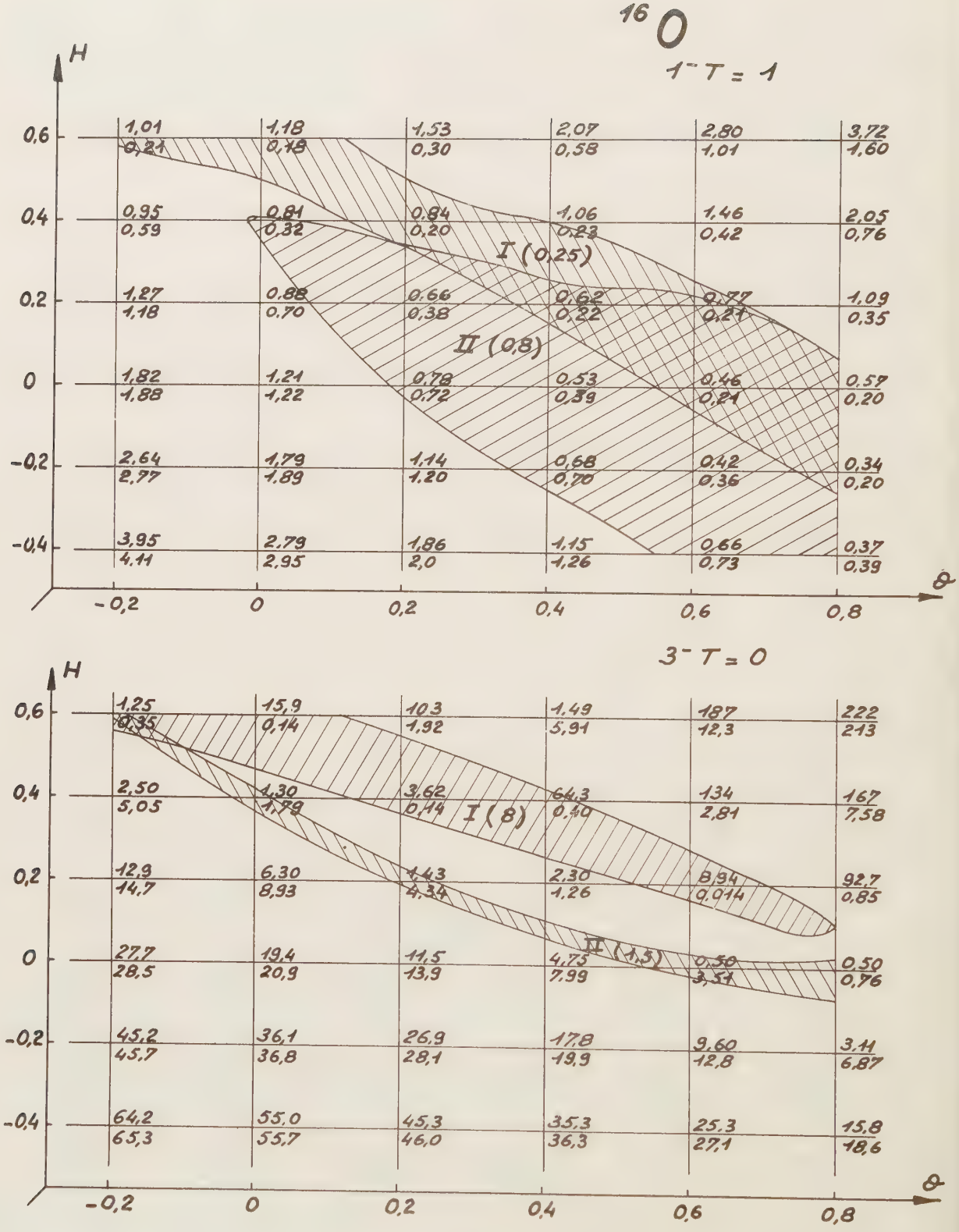

16 O
1- T = 1
H
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
1,01 0,21 | 1,18 0,18 | 1,53 0,30 | 2,07 0,58 | 2,80 1,01 | 3,72 1,60
0,95 0,59 | 0,81 0,32 | 0,84 0,20 | 1,06 0,23 | 1,46 0,42 | 2,05 0,76
1,27 1,18 | 0,88 0,70 | 0,66 0,38 | 0,62 0,22 | 0,77 0,21 | 1,09 0,35
1,82 1,88 | 1,21 1,22 | 0,78 0,72 | 0,53 0,59 | 0,46 0,21 | 0,57 0,20
2,64 2,77 | 1,79 1,89 | 1,14 1,20 | 0,68 0,70 | 0,42 0,36 | 0,34 0,20
3,95 4,11 | 2,79 2,95 | 1,86 2,0 | 1,15 1,26 | 0,66 0,73 | 0,37 0,39
I (0,25)
II (0,8)
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
θ
3- T = 0
H
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
1,25 0,35 | 15,9 0,14 | 10,3 1,92 | 1,49 5,91 | 187 12,3 | 222 213
2,50 5,05 | 1,30 1,79 | 3,62 0,14 | 64,3 0,40 | 134 2,81 | 167 7,58
12,9 14,7 | 6,30 8,93 | 1,43 4,34 | 2,30 1,26 | 8,94 0,014 | 92,7 0,85
27,7 28,5 | 19,4 20,9 | 11,5 13,9 | 4,75 7,99 | 0,50 3,51 | 0,50 0,76
45,2 45,7 | 36,1 36,8 | 26,9 28,1 | 17,8 19,9 | 9,60 12,8 | 3,11 6,87
64,2 65,3 | 55,0 55,7 | 45,3 46,0 | 35,3 36,3 | 25,3 27,1 | 15,8 18,6
I (8)
II (1,5)
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
θ

Fig : 5-13

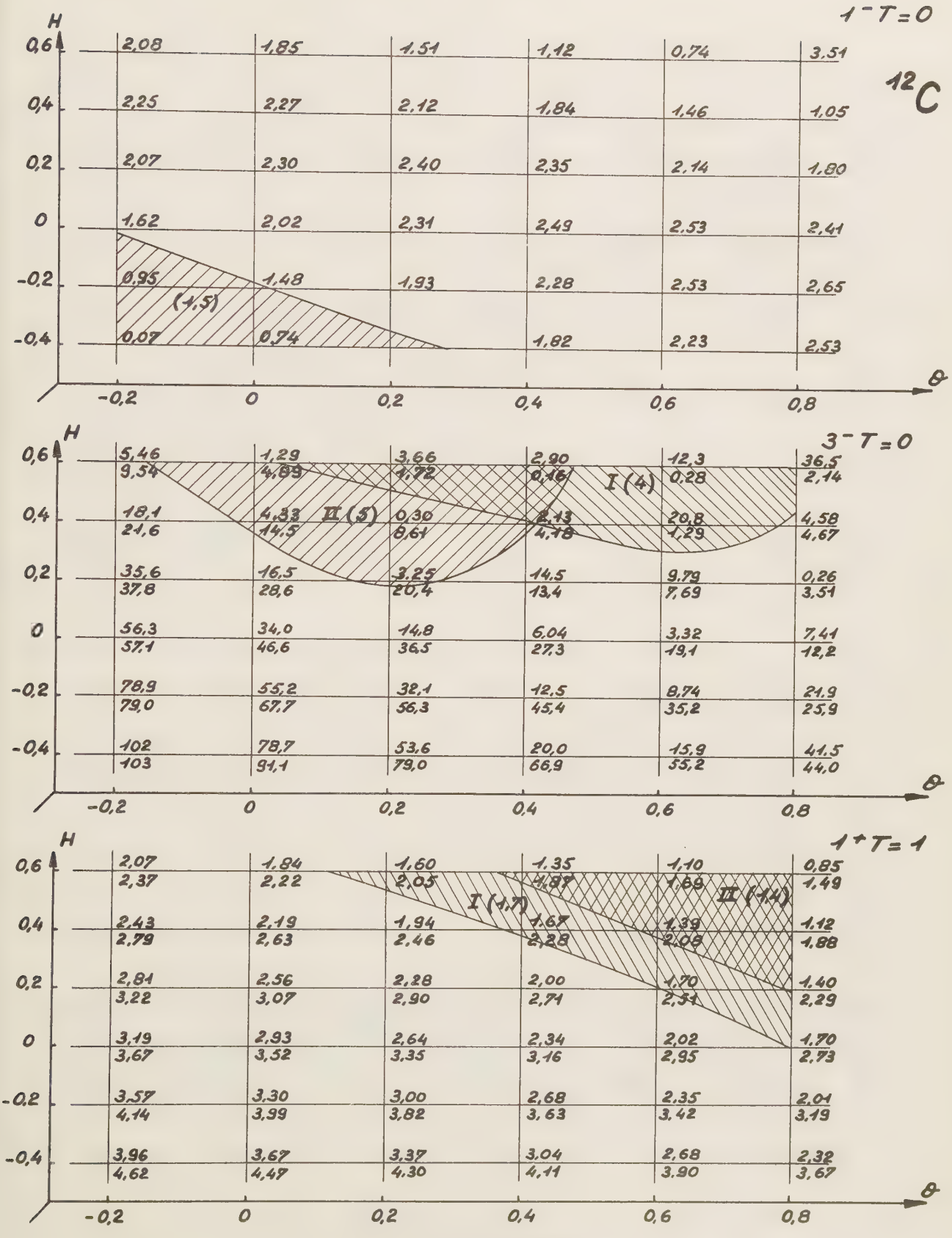

1⁻ T = 0
12C
H
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
2,08 1,85 1,51 1,12 0,74 3,51
2,25 2,27 2,12 1,84 1,46 1,05
2,07 2,30 2,40 2,35 2,14 1,80
1,62 2,02 2,31 2,49 2,53 2,41
0,95 1,48 1,93 2,28 2,53 2,65
(1,5)
0,07 0,74 1,82 2,23 2,53
-0,2 0 0,2 0,4 0,6 0,8
θ
3⁻ T = 0
H
5,46 1,29 3,66 2,90 12,3 36,5
9,54 4,09 1,72 0,16 0,28 2,14
I (4)
18,1 4,33 II (5) 0,30 2,13 20,8 4,58
21,6 14,5 8,61 4,18 1,29 4,67
35,6 16,5 3,25 14,5 9,79 0,26
37,8 28,6 20,4 13,4 7,69 3,51
56,3 34,0 14,8 6,04 3,32 7,41
57,1 46,6 36,5 27,3 19,1 12,2
78,9 55,2 32,1 12,5 8,74 21,9
79,0 67,7 56,3 45,4 35,2 25,9
102 78,7 53,6 20,0 15,9 41,5
103 91,1 79,0 66,9 55,2 44,0
-0,2 0 0,2 0,4 0,6 0,8
θ
1⁺ T = 1
H
2,07 1,84 1,60 1,35 1,10 0,85
2,37 2,22 2,05 I (1,7) 1,87 1,69 II (1,4) 1,49
2,43 2,19 1,94 1,67 1,39 1,12
2,79 2,63 2,46 2,28 2,08 1,88
2,81 2,56 2,28 2,00 1,70 1,40
3,22 3,07 2,90 2,71 2,51 2,29
3,19 2,93 2,64 2,34 2,02 1,70
3,67 3,52 3,35 3,16 2,95 2,73
3,57 3,30 3,00 2,68 2,35 2,01
4,14 3,99 3,82 3,63 3,42 3,19
3,96 3,67 3,37 3,04 2,68 2,32
4,62 4,47 4,30 4,11 3,90 3,67
-0,2 0 0,2 0,4 0,6 0,8
θ

Fig : 5 - 14

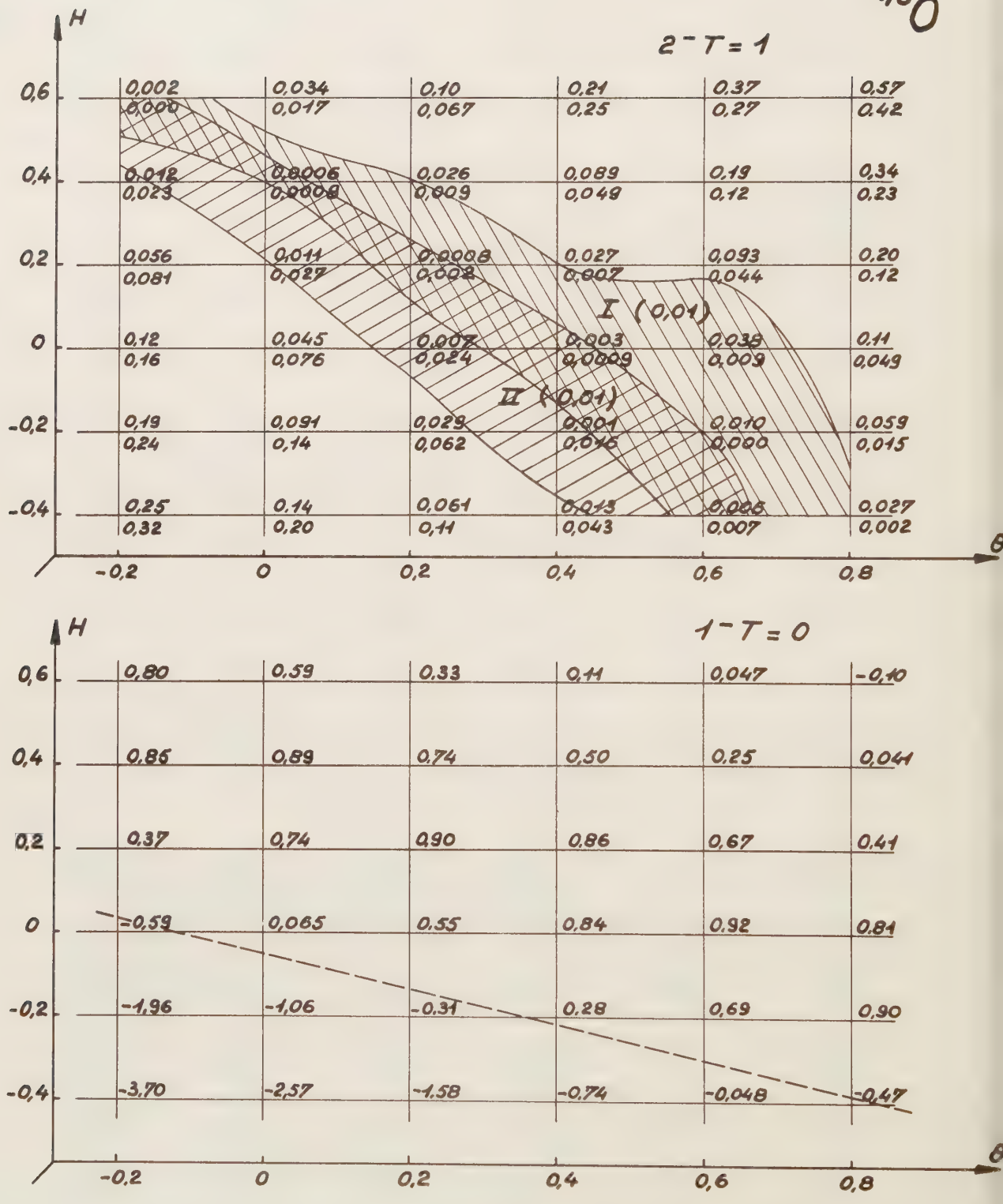

H
2⁻T = 1
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
0,002 0,034 0,10 0,21 0,37 0,57
0,000 0,017 0,067 0,25 0,27 0,42
0,012 0,0006 0,026 0,089 0,19 0,34
0,023 0,0008 0,009 0,048 0,12 0,23
0,056 0,011 0,0008 0,027 0,093 0,20
0,081 0,027 0,002 0,007 0,044 0,12
I (0,01)
0,12 0,045 0,007 0,003 0,038 0,11
0,16 0,076 0,024 0,0009 0,009 0,049
II (0,01)
0,19 0,091 0,029 0,001 0,010 0,059
0,24 0,14 0,062 0,046 0,000 0,015
0,25 0,14 0,061 0,013 0,006 0,027
0,32 0,20 0,11 0,043 0,007 0,002
-0,2 0 0,2 0,4 0,6 0,8
H
1⁻T = 0
0,6
0,4
0,2
0
-0,4
0,80 0,59 0,33 0,11 0,047 -0,10
0,86 0,89 0,74 0,50 0,25 0,041
0,37 0,74 0,90 0,86 0,67 0,41
-0,59 0,065 0,55 0,84 0,92 0,81
-1,96 -1,06 -0,31 0,28 0,69 0,90
-3,70 -2,57 -1,58 -0,74 -0,048 -0,47
-0,2 0 0,2 0,4 0,6 0,8

Fig : 5-15

que le terme à un phonon (chap. III § 3) peut jouer un rôle important (G.E. Brown). En effet l'interaction d'une particule et d'un trou par l'excitation de l'état quadrupolaire 2^+ (T = 0) (cf. expression 3.3) comporte une forte amplitude étant donné la collectivité de cet état et un dénominateur qui s'annule à l'énergie $\tilde{\varepsilon}_a + \tilde{\varepsilon}_A$ - 4.4 meV, c'est-à-dire pour la configuration $p^{3/2}_{-}p^{1/2}$ à l'énergie 9.5 meV. Ce terme doit être également important à l'énergie 13.8 + 4.43 meV $\approx$ 18.5 meV. Effectivement, la région de meilleur accord pour l'état dipolaire 1^- (T = 1) (figure 5.14) est légèrement différente de celle déterminée précédemment par le χ^2 total. La résonance géante est obtenue généralement 0.5 meV à 1 meV en dessous de sa position expérimentale. Si ces conclusions sont fondées, l'interaction particule-trou par l'intermédiaire de l'excitation d'un phonon est attractive.

Caractéristiques de la région de meilleur accord.

On considère la région de meilleur accord commune à l'Oxygène 16 et au Carbone 12 obtenue avec l'approximation particule-trou généralisée. Bien que ses caractéristiques dépendent du traitement numérique particulier adopté, certaines d'entre elles sont suffisamment marquées pour qu'on puisse espérer qu'elles seront conservées avec les améliorations de la théorie ou des méthodes de calcul.

- La force de Heisenberg est positive pour toutes valeurs des autres paramètres. Sa composante est très importante ($H = 0.4$ pour $\theta = 0$). Elle tend vers zéro lorsque θ croît, ($H = 0$ pour $\theta = 0.6$).

- La force de Majorana est égale (pour $H = 0.4$) ou supérieure (lorsque H decroît) à la force de Wigner.

- La valeur de l'amplitude singlet dans les états pairs n'est pas critique, les solutions étant stationnaires pour $\eta = 0.4 - 0.6$. Ceci est illustré en particulier par la très grande pente des régions de χ^2 minimum sur la figure 5.11.

- Les conditions de saturation nucléaire sont satisfaites.

Sur la figure 5.7, les cinq conditions de Breit-Wigner[26] imposées aux forces d'échange pour rendre compte de la saturation sont vérifiées dans le domaine S . Les régions de minimum y pénètrent de sorte qu'on peut imposer à la force effective de vérifier les conditions de saturation . Ce résultat n'est peut être pas très significatif, la saturation pouvant être expliquée également par l'introduction d'un coeur dur ou d'un potentiel dépendant des vitesses.

- Comparaison avec le potentiel nucléon-nucléon libre.

La comparaison avec les données de la diffusion nucléon-nucléon libre est difficile ; la force tenseur est omise et on utilise la même portée et profondeur pour la diffusion triplet et la diffusion singlet. On note cependant que la valeur de la portée ($\mu \sim 1.7$ fermi) correspond à celle de la diffusion triplet (pour un puits gaussien) ; elle est très inférieure à la portée de la diffusion singlet ($\mu = 2.5$ fermi). Les profondeurs obtenues sont plus faibles

que celles du potentiel libre (la profondeur triplet est de l'ordre de 52 meV pour un facteur de forme gaussien). Par ailleurs nous pouvons utiliser la relation linéaire entre H et θ fournie par la figure 5.7 :

$$H = -0.62\ \theta + 0.4 \pm 0.1$$

pour exprimer les coefficients A_{TS} [6] de la diffusion nucléon-nucléon en fonction de θ :

$$A_{00} = \theta + 2H - 1 = -0.24\ \theta - 0.2 \pm 0.2$$

et $A_{10} = 0.4$, 0.6

$$A_{11} = \theta - 2H + 1 = 2.24\ \theta + 0.2 \pm 0.2$$

et $A_{01} = 1$

Pour $\theta = 0$ la diffusion singlet dans les états pairs (A_{10}) est fortement attractive, comme il se doit, et la diffusion singlet dans les états impairs ($A_{00} = -0.2 \pm 0.2$) peut être compatible avec le résultat expérimental d'une amplitude pratiquement nulle. La diffusion triplet dans les états pairs (A_{01}) est plus fortement attractive que dans les états impairs ($A_{11} = 0.2 \pm 0.2$), conformément au résultat expérimental.

C H A P I T R E VI

LES ETATS DU CARBONE 12 ET DE L'OXYGENE 16

Les niveaux et vecteurs propres du carbone 12 et de l'oxygène 16 calculés dans le cadre de l'Approximation particule-trou ordinaire (1.26) et particule-trou généralisée (3.2) sont présentés dans les tables 6.1 à 6.10. Les forces effectives utilisées sont celles du tableau 5.5. Rappelons que celles-ci sont arbitrairement choisies parmi de nombreuses autres qui toutes donneraient des résultats semblables à quelques centaines de keV près. Ces différences ne sont pas significatives étant donné les imprécisions du modèle utilisé.

Dans ces tables on utilise les notations:

E la valeur propre,

Γ la probabilité réduite de transition radiative entre l'état fondamental et l'état E définie par l'expression 4.12

% la probabilité relative de transition radiative pour le niveau considéré,

C le paramètre de collectivité du niveau, défini en (4.14).

Sur la première ligne on donne les configurations particule-trou sous-tendant le sous-espace de diagonalisation. L'énergie de Hartree-Fock de ces configurations est portée sur la seconde ligne. Les composantes des vecteurs propres sur ces configurations sont données dans les colonnes correspondantes. Les résultats figurent toujours deux par deux, le chiffre du haut correspondant à l'approximation I, le chiffre du bas à l'approximation II.

Les niveaux du carbone 12.

Une discussion détaillée des résultats pour le carbone 12 est donnée dans la thèse de N. Vinh Mau (Paris 1962) et nous invitons le lecteur à s'y reporter.

Les niveaux de l'oxygène 16.

a)- Niveaux impairs.

Ils dépendent d'énergies de Hartree-Fock bien

identifiées. On sait déjà qu'ils sont raisonnablement décrits par l'approximation I, (Cf. Elliott et Flowers [13]). Pour les niveaux T = 1 les deux approximations donnent des résultats semblables. Les cinq niveaux T = 1 utilisés pour la recherche aux moindres carrés sont obtenus à moins de 0.3 meV de leur valeur expérimentale [46]. Nous prédisons l'existence d'un état 2^- T = 1 de forte intensité dans la région des 20 meV, pouvant être associé au niveau 2^- découvert dans cette région par les expériences de diffusion d'électrons [58]. Deux niveaux octupolaires T = 1, à environ 19 meV et 24 meV sont également mis en évidence par les figures 5.1 à 5.6.

Les états électriques T = 0 sont les seuls pour lesquels les deux approximations donnent des résultats nettement différents. Le niveau non physique 1^- (0) est fortement abaissé vers l'énergie zéro par l'approximation II. Le niveau collectif octupolaire T = 0 à 6.2 meV, obtenu trop haut avec l'approximation I, descend à sa valeur expérimentale dans l'approximation II, pour la force effective choisie. Le niveau magnétique 0^- T = 0 de 10.9 meV est obtenu à moins de 0.3 meV de sa position expérimentale, et cela avec l'une ou l'autre approximation. Par contre le niveau expérimental 2^- T = 0 de 8.9 meV est obtenu de 1 à 2 meV trop haut pour toutes les valeurs raisonnables des paramètres. Les énergies calculées restent voisines des énergies non perturbées, en raison de l'annulation mutuelle des termes directs et d'échanges, qui pris séparément sont relativement grands. Ce comportement avait déjà été remarqué dans le travail d'Elliott et Flowers.

b)- Les états quadrupolaires électriqus particule-trou de l'oxygène 16.

Pour les niveaux pairs, T = 0 ou T = 1, de nature peu collective les deux approximations donnent encore des résultats très similaires. Ces résultats sont douteux étant donné l'incertitude sur la position des énergies de particules 1f7/2 et 2p3/2 et l'influence des configurations deux particules-deux trous. De plus on manque de données expérimentales pour les états 2^+ et 1^+ dans l'oxygène 16. Nous donnons dans le tableau 6.11 une discussion des états 2^+ les plus importants (les états contribuant à moins de 10 % de la règle de somme sont omis). La colonne 1 donne les états 2^+ qu'on obtient lorsqu'on identifie les niveaux impairs de -0.3 meV et 4.15 meV dans l'oxygène 17 comme étant 1f7/2 et 2p3/2. On a vu que leur position ne peut pas être comprise dans un modèle des couches pur (Cha. 4 § 2). La position très basse de l'état 1f7/2 entraîne l'existence d'un état 2^+ (0) dans la région des 13 meV, affecté d'une forte probabilité de transition radiative. Cet état, décrit par des configurations particule-trou, est expérimentalement douteux. Les expériences $^{12}C\ (\alpha, \gamma)\ ^{16}O$ réalisées pour mettre en évidence cet état n'ont été menées que jusqu'à 12 meV [46]. L'augmentation des déphasages dans la diffusion inélastique de particules α, $^{12}C\ (\alpha, \alpha')$ lorsqu'on s'approche de 12.5 meV [46] suggère l'existence d'un état 2^+ à une énergie plus élevée. $^{15}N\ (p, \gamma)$ commençant à 12.4 meV est complètement dominé par l'état $1^-(1)$ de 13.1 meV. $^{15}N\ (p, \alpha)$ met également en évidence l'état dipolaire, mais avec des interférences suggérant l'existence d'un niveau pair très large.

Les expériences de diffusion p-p' [59] donnent également un fort pic dans la région des 13 meV qui croît aux grands angles. De plus dans cette hypothèse (1f7/2 à -0.3 meV) on obtient un état 2^+ T = 1 à 24 meV qui peut être associé à l'état 2^+ excité dans cette région par la diffusion d'électrons de haute énergie[58]*.

Si l'énergie 1f7/2 est calculée avec un puits de Saxon adapté pour rendre compte de l'énergie de liaison de l'état de particule 1d3/2, elle est obtenue environ 7 meV plus haut que la valeur précédente. Ceci amène l'état 2^+ (0) dans la région des 20 meV, colonne 2, mais le résultat de la diffusion d'électrons ne peut plus être expliqué car le 2^+ (1) vient maintenant à 30 meV. En fait, les potentiels du modèle en couche dépendent fortement des vitesses et l'on peut s'attendre à ce que l'énergie de l'état 1f7/2 obtenue avec un puits adapté pour rendre compte de l'état 1d3/2 soit trop basse de plusieurs meV. Une situation extrême est représentée, colonne 3, où pour une énergie 1f7/2 de 13.7 meV l'état 2^+ (0) vient à 26 meV. Ces résultats ne sont qu'indicatifs car les configurations deux particules-deux trous jouent un rôle important à ces énergies et elles vont tendre à abaisser les valeurs données.

Pour éclaircir la situation, il faudrait déterminer le spin isotopique du niveau 2^+ à 24 meV découvert à Orsay. A ce propos un niveau T = 0 a été excité dans cette région par Suffert et al [60], à Strasbourg par N^{14} (α, γ) mais sa position (22.7 meV) et sa faible intensité suggère qu'il

---

* Nous remercions le Dr. N. Tanner pour nous avoir communiqué cette discussion de la situation expérimentale dans l'oxygène 16, au-dessus de 12 meV.

pourrait s'agir de l'excitation de l'état dipolaire géant par l'intermédiaire de ses impuretés de spin isotopique.

Nous considérons maintenant le cas des deux niveaux 2^+ (1) calculés, situés dans la région des 50 meV. Ils sont d'intensités égales. Leur position est indépendante de l'incertitude due aux énergies des états de particule 1f7/2 et 2p3/2, car ils sont presque entièrement constitués par les configurations pures $1s^{-1} - 1d3/2$ et $1s^{-1} - 1d5/2$ respectivement. Ils peuvent être associés aux deux bosses 2^+ des expériences de Isabelle et Bishop [58] distantes l'une de l'autre de l'énergie de couplage spin orbite 1d5/2 - 1d3/2 de 4.5 meV. La position absolue de ces niveaux est presque l'énergie de configuration pure, à un déplacement près de 2 ou 3 meV. En la comparant à celle des niveaux expérimentaux, on arrive à la conclusion que l'énergie de l'état de trou 1s dans l'oxygène 16 est de l'ordre de 45 meV. La valeur que nous avons utilisée (50 meV) était déduite grossièrement des expériences d'Uppsala. L'existence de niveaux d'énergie aussi élevée, décrits aussi simplement, est une conséquence directe du modèle en couche.

Les états 0^+ ne sont pas inclus dans ce travail, car ils impliquent un mélange de configurations deux particules-deux trous important. Nous renvoyons le lecteur à la thèse de Nicole Vinh Mau [61] qui aborde en détails ce sujet. Pour les niveaux 1^+ on obtient un grand nombre d'états contribuant tous de façon à peu près égale à la règle de somme. Les résultats dépendent de façon critique des énergies inconnues 1f7/2 et 2p3/2 et on ne peut en tirer de conclusions significatives en l'absence de données expérimentales.

^{12}C $0^-T=0$				$1s^{-1}$ $1p^{1/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1s$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$
E	N	%	C	31,05	22,10		
30,3				0,981	-0,193		
30,1			0,94	0,986	-0,173	-0,022	0,044
23,5				0,193	0,981		
23,3			0,91	0,170	0,987	-0,031	-0,051

^{12}C $0^-T=1$				$1s^{-1}$ $1p^{1/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1s$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$
E	N	%	C	31,05	22,10		
34,0				0,956	-0,293		
33,8			0,91	0,961	-0,281	-0,037	0,041
24,9				0,293	0,956		
24,8			0,95	0,279	0,961	0,020	-0,034

Table. 6.1

^{12}C 1^- $T=0$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1s^-$ $1p^{1/2}$	$2s^-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1s$
E	M	%	C	16.86	22,10	17,62	31,05				
26,8	0,05	0.02		0,005	-0,089	-0,270	0.959				
26,6	0,06	0,02	1,10	0,010	-0,065	-0,271	0.963	-0,038	-0,039	0,004	0,049
22,7	0,01	0,00		0,001	0,968	0,205	0,148				
22,5	0,01	0,00	1,08	-0,001	0,971	0,213	0,123	-0,014	0,037	0,024	0,022
12,3	0,15	0,05		0,812	0,138	-0,548	-0,146				
12,1	0,16	0,03	1,07	0,839	0,132	-0,511	-0,148	0,006	0,000	-0,039	-0,059
8,41	2,9	0,93		0,583	-0,192	0,765	0,194				
7,53	4,9	0,95	1,60	0,553	-0,204	0,816	0,212	0,097	-0,053	0,209	0,055

^{12}C 1^- $T=1$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1s^-$ $1p^{1/2}$	$2s^-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1s$
E	M	%	C	16.86	22,10	17,62	31,05				
33.8	0,59	0,19		0,031	-0,226	0,044	0,973				
33.6	0,46	0,17	1,01	0,028	-0,217	0,036	0,977	-0,008	-0,011	-0,056	0,006
24,2	0,03	0,01		-0,063	0,964	0,138	0,219				
24,2	0,03	0,01	1,04	-0,062	0,967	0,133	0,210	-0,006	0,018	0,026	-0,013
21,9	2,30	0,73		0,113	-0,116	0,984	-0,075				
21,5	2,19	0,73	0,88	0,106	-0,116	0,989	-0,062	-0,021	0,041	-0,059	-0,044
17,7	0,23	0,07		0,991	0,081	-0,105	-0,008				
17,7	0,23	0,09	0,99	0,992	0,078	-0,097	-0,007	-0,005	-0,005	-0,012	-0,004

Table 6.2

^{12}C $1^+ T=0$				$1p^{-3/2}$ $1p^{1/2}$	$1p^{-3/2}$ $1f^{5/2}$	$1p^{-3/2}$ $2p^{1/2}$	$1p^{-3/2}$ $2p^{3/2}$	$1s^-$ $2s$	$1s^-$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1p^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$2p^{-1/2}$ $1p^{3/2}$	$2p^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$2s^-$ $1s$	$1d^{-3/2}$ $1s$
E	N	%	C	13.77	34,17	33,37	27,37	33,14	38,38						
37,6				0	0,01	0	0	0	1						
37,6			0,99	0	0,01	0	0	0	1	0	0,01	0	0	0	-0
34,2				-0,02	0,99	-0,09	-0,02	0,07	-0,01						
34,2			0,97	-0,01	1	-0,06	-0,01	0,04	-0,01	0,01	-0,02	0	0	-0	0,01
33,8				-0,07	-0,12	-0,67	-0,20	0,70	0						
33,7			0,93	-0,06	-0,07	-0,64	-0,19	0,70	0	0,04	0	0,02	0,03	-0,02	-0
32,2				-0,03	0,02	0,71	0,08	0,70	0						
32,2			1,0	-0,03	0,02	0,70	0,08	0,71	0	0,01	0	0	-0	0	0
25,0	0,01	0,02		0,16	-0	-0,20	0,96	0,09	0						
24,9	0,00	0,01	1,0	0,15	-0	-0,19	0,97	0,08	0	-0,05	0	-0,02	0,01	0,02	-0,00
14,2	0,29	0,98		0,98	0,01	0,01	-0,17	0,06	0						
14,0	0,26	0,99	0,92	0,99	0,01	0,01	-0,16	0,05	0	-0,05	0	-0,01	-0,05	0,02	0

^{12}C $1^+ T=1$				$1p^{-3/2}$ $1p^{1/2}$	$1p^{-3/2}$ $1f^{5/2}$	$1p^{-3/2}$ $2p^{1/2}$	$1p^{-3/2}$ $2p^{3/2}$	$1s^-$ $2s$	$1s^-$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1p^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$2p^{-1/2}$ $1p^{3/2}$	$2p^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$2s^-$ $1s$	$1d^{-3/2}$ $1s$
E	N	%	C	13.77	34,17	33,37	27,37	33,14	38,38						
40,7				0,02	-0,31	0,01	0	-0	0,95						
40,6			0,97	0,02	-0,31	0,01	0	-0	0,95	-0,01	0,01	0	0	0	-0,01
37,0		0,01		-0,05	-0,02	-0,54	-0,19	0,82	0,01						
36,9		0,00	0,94	-0,05	-0,02	-0,54	-0,19	0,82	0	0,02	0	0,01	0,02	-0,63	0
35,7				-0,01	0,95	0,02	-0,01	0,03	0,31						
35,9			0,99	-0,01	0,95	0,02	-0,01	0,03	0,31	0,01	0,01	-0,01	0	0	0,01
34,3				0,04	-0,03	0,83	0,04	0,56	-0,02						
34,2			0,99	0,04	-0,03	0,83	0,04	0,56	-0,02	-0,01	0	0	0	-0,01	0
28,5				0,05	0,01	-0,14	0,98	0,14	0						
28,4			0,98	0,05	0,01	-0,14	0,95	0,14	0	-0,02	0	-0,01	-0,01	0,01	0
16,7	0,29	0,99		1	0,02	-0,06	-0,06	0,01	-0,02						
16,6	0,26	1,00	0,90	1	0,02	-0,06	-0,06	0,01	-0,02	-0,06	0,01	-0,01	-0,01	0,01	-0,01

Table 6.3

^{12}C $2^+ T=0$				$1p^{-3}/_2$ $1p\,^1/_2$	$1p^{-3}/_2$ $1f\,^5/_2$	$1p^{-3}/_2$ $1f\,^7/_2$	$1p^{-3}/_2$ $2p\,^1/_2$	$1p^{-3}/_2$ $2p\,^3/_2$	$1s^-$ $1d\,^3/_2$	$1s^-$ $1d\,^5/_2$	$1p^{-1}/_2$ $1p\,^3/_2$	$1f^{-5}/_2$ $1p\,^3/_2$	$1f^{-7}/_2$ $1p\,^3/_2$	$2p^{-1}/_2$ $1p\,^3/_2$	$2p^{-3}/_2$ $1p\,^3/_2$	$1d^{-3}/_2$ $1s$	$1d^{-5}/_2$ $1s$
E	N	%	C	13,77	34,17	25,74	33,37	27,37	38,38	33,90							
36,5	0,03	0,00		-0,03	0,12	-0,06	-0,02	0,01	0,91	0,38							
36,5	0,04	0,00	1,01	-0,03	0,12	-0,06	-0,02	0,01	0,91	0,38	0,01	-0,01	0	0	-0,01	0,01	0
33,7	0,24	0,01		-0,01	0,97	0,10	-0,09	0	-0,03	-0,22							
33,7	0,25	0,00	1,02	-0,01	0,97	0,10	-0,09	0	-0,03	-0,23	-0,01	0,01	0,01	0	0	0,01	0
31,1	0,43	0,03		-0,06	0,09	0,08	0,95	0,30	-0,01	0,04							
31,1	0,42	0,01	1,01	-0,06	0,09	0,08	0,94	0,30	-0,02	0,06	0,01	0	0	0,01	-0,01	0	-0,01
29,0	0,05	0,00		0,10	0,12	0,05	-0,05	-0,11	-0,31	0,80							
28,9	0,07	0,00	1,01	0,11	0,12	0,05	-0,06	-0,14	-0,31	0,79	0,05	0,01	-0,01	-0,02	0,02	-0,01	0,01
23,9	0,57	0,03		0,16	0,01	-0,12	-0,28	0,93	-0,07	0,13							
23,7	0,62	0,02	1,07	0,18	0,01	-0,08	-0,29	0,92	-0,08	0,14	-0,05	-0	-0,01	-0,02	-0,03	-0,02	-0,03
19,3	9,5	0,58		-0,29	-0,16	0,83	-0,11	0,18	0,20	0,33							
19,2	10,1	0,32	1,02	-0,32	-0,16	0,83	-0,10	0,17	0,20	0,33	0,05	0	0,03	0	0	0	-0,01
8,23	5,7	0,35		0,94	-0,05	0,23	0,07	-0,07	0,13	-0,19							
4,80	19,5	0,63	2,94	0,91	-0,08	0,30	0,11	-0,12	0,20	-0,29	0,05	0,06	0,02	0,08	-0,09	0,14	-0,20

^{12}C $2^+ T=1$				$1p^{-3}/_2$ $1p\,^1/_2$	$1p^{-3}/_2$ $1f\,^5/_2$	$1p^{-3}/_2$ $1f\,^7/_2$	$1p^{-3}/_2$ $2p\,^1/_2$	$1p^{-3}/_2$ $2p\,^3/_2$	$1s^-$ $1d\,^3/_2$	$1s^-$ $1d\,^5/_2$	$1p^{-1}/_2$ $1p\,^3/_2$	$1f^{-5}/_2$ $1p\,^3/_2$	$1f^{-7}/_2$ $1p\,^3/_2$	$2p^{-1}/_2$ $1p\,^3/_2$	$2p^{-3}/_2$ $1p\,^3/_2$	$1d^{-3}/_2$ $1s$	$1d^{-5}/_2$ $1s$
E	N	%	C	13,77	34,17	25,74	33,37	27,37	38,38	33,90							
41,1	2,69	0,16		0,09	-0,25	0,03	0,03	-0,07	0,96	-0,05							
41,1	2,37	0,16	1	0,09	-0,25	0,03	0,03	-0,01	0,96	-0,05	0	0	-0,02	0	0	0	0,02
36,7	3,19	0,19		-0,01	-0,18	-0,24	-0,03	0,01	0,01	0,95							
36,6	2,68	0,18	0,99	-0,01	-0,19	-0,24	-0,03	0,01	0	0,96	0,04	-0,01	0,01	0,01	0	0,02	-0,01
35,4	1,88	0,11		-0,03	0,92	-0,03	0,23	-0,01	0,25	0,17							
35,4	1,83	0,12	1	-0,03	0,92	-0,03	0,24	-0,01	0,24	0,18	0	0	0,01	0	0	0	0
34,7	0,53	0,03		0,05	-0,21	0	0,97	-0,04	-0,09	-0,01							
34,7	0,53	0,04	1	0,05	-0,22	0	0,97	-0,04	-0,09	-0,01	0	0	0	0	0	0	0,01
28,5	2,71	0,16		0	0	0,32	0,04	0,94	0	0,07							
28,5	2,39	0,16	0,98	0	0	0,29	0,04	0,96	0	0,06	-0,01	0	0	0	-0,01	0	0
28,1	3,90	0,24		0,02	-0,01	0,91	-0,01	-0,33	-0,02	0,23							
28,0	3,79	0,25	0,98	0,02	-0,01	0,93	-0,01	-0,29	-0,02	0,23	-0,03	0,01	-0,01	0	0	-0,01	0,01
16,4	1,64	0,10		0,99	0,06	-0,03	-0,04	0,01	-0,07	0,01							
16,3	1,66	0,09	1,01	1,00	0,06	-0,02	-0,04	0,01	-0,07	0,01	0	-0,01	-0,04	0	0	0	0,03

Table 6.4

^{12}C $2^-T=0$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$2s-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$
E	Γ	%	C	16,86	22,10	17.62			
21,3	0,26	0,31		0,023	0,956	0,292			
21,2	0,23	0,30	0,97	0,022	0,957	0,291	0,004	-0,006	-0,034
16,0	0,48	0,59		0,877	-0,160	0,458			
16,0	0,44	0,57	0,99	0,901	-0,145	0,409	-0,008	-0,017	-0,002
15,6	0,08	0,10		-0,480	-0,245	0,842			
15,6	0,09	0,13	1,00	-0,433	-0,253	0,865	-0,002	-0,030	0,010

^{12}C $2^-T=1$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$2s-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$
E	Γ	%	C	16,86	22,10	17,62			
23,2	0,20	0,25		0,064	0,983	0,169			
23,2	0,19	0,25	0,98	0,062	0,984	0,166	-0,007	-0,006	-0,010
19,4	0,60	0,74		0,456	-0,180	0,872			
19,3	0,56	0,74	0,94	0,455	-0,175	0,874	-0,014	-0,006	-0,027
18,2	0,013	0,01		0,888	-0,021	-0,460			
18,2	0,012	0,01	0,99	0,889	0,021	-0,459	-0,005	-0,002	0,001

Table 6.5

^{12}C 3^- $T=0$				$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$
E	N	%	C	22,10	17.62		
19,6	5,16	0,15		0,88	0,47		
19,5	5,60	0,12	1,03	0,87	0,49	0,03	-0,03
13,4	39,6	0,85		-0,47	0,88		
12,8	41,6	0,88	1,34	-0,50	0,88	-0,11	0,11

^{12}C 3^- $T=1$				$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$
E	N	%	C	22,10	17.62		
23,5	20,7	0,60		1	0		
23,5	20,7	0,61	1,01	1	0	0,01	0,01
18,5	14,0	0,40		0	1		
18,4	13,3	0,39	0,97	0	1	0,01	-0,01

Table 6.6

^{16}O $0^-T=0$				$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $2s$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$2s^-$ $1p^{1/2}$
E	M	%	C	22,73	12,37		
23,1				1,000	-0,001		
23,0			0,93	1,000	-0,001	-0,034	-0,002
11,2				0,001	1,000		
11,2			0,99	0,001	1,000	-0,002	-0,002

^{16}O $0^-T=1$				$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $2s$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$2s^-$ $1p^{1/2}$
E	M	%	C	22,73	12,37		
25,7				0,999	0,055		
25,6			0,92	1,000	0,053	-0,040	-0,015
13,7				-0,055	0,999		
13,7			0,97	-0,053	0,999	-0,012	-0,012

Table 6.7

^{16}O $1^-T=0$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $2s$	$2s-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{1/2}$	$2s-$ $1p^{1/2}$
E	M	%	C	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
22,4	0,03	0,01		0,019	0,981	0,195	-0,011	-0,005					
22,4	0,03	0	1,05	0,020	0,981	0,194	-0,016	-0,005	-0,005	0,026	0,008	0,015	0,002
16,7	0,02	0		-0,053	-0,117	0,639	0,759	-0,003					
16,6	0,02	0	1,05	-0,055	-0,112	0,637	0,762	-0,003	0,003	0,010	0,024	0,013	-0,004
15,0	0,02	0		0,907	0,006	-0,099	0,149	0,382					
15,0	0,02	0	1,01	0,904	0,006	-0,105	0,157	0,383	0,010	-0,005	0,010	-0,008	-0,006
10,0	0,78	0,18		-0,158	-0,102	0,522	-0,463	0,692					
9,88	0,78	0,09	1,05	-0,186	-0,094	0,477	-0,422	0,746	0,026	-0,015	0,053	-0,043	-0,022
6,23	3,55	0,81		-0,387	0,119	-0,522	0,433	0,613					
4,71	8,79	0,91	2,16	-0,410	0,148	-0,626	0,512	0,565	0,152	0,069	-0,265	0,207	0,150

^{16}O $1^-T=1$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $2s$	$2s-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{1/2}$	$2s-$ $1p^{1/2}$
E	M	%	C	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
25,4	1,14	0,26		-0,131	0,943	-0,145	0,270	-0,006					
25,2	0,69	0,20	1,00	-0,116	0,963	-0,085	0,236	-0,013	0,003	0,009	0,057	-0,012	-0,017
22,7	2,98	0,68		0,180	0,259	0,880	-0,345	-0,088					
22,2	2,56	0,73	0,85	0,198	0,184	0,898	-0,354	-0,083	-0,022	0,037	-0,064	0,068	0,010
19,6	0,09	0,02		0,949	0,121	-0,266	-0,105	0,047					
19,6	0,08	0,02	1,00	0,951	0,115	-0,267	-0,097	0,047	-0,003	-0,010	-0,005	-0,006	0,012
18,1	0,05	0,01		0,221	-0,170	0,354	0,893	-0,018					
18,1	0,05	0,01	1,00	0,208	-0,164	0,340	0,903	-0,017	-0,001	0,012	0,026	-0,009	-0,007
13,6	0,14	0,03		-0,026	0,020	0,096	-0,008	0,995					
13,5	0,12	0,04	1,00	-0,026	0,019	0,090	-0,006	0,996	0,012	-0,008	0,008	-0,009	0,001

Table 6.2

^{16}O $2^+T=0$				$1p^{-3/2}$ $1f\,7/2$	$1p^{-3/2}$ $1f\,5/2$	$1p^{-3/2}$ $2p\,1/2$	$1p^{-3/2}$ $2p\,3/2$	$1p^{-1/2}$ $1f\,5/2$	$1p^{-1/2}$ $2p\,3/2$	$1s-$ $1d\,3/2$	$1s-$ $1d\,5/2$	$1f-7/2$ $1p\,3/2$	$1f-5/2$ $1p\,3/2$	$2p-1/2$ $1p\,3/2$	$2p-3/2$ $1p\,3/2$	$1f-5/2$ $1p\,1/2$	$2p-3/2$ $1p\,1/2$	$1d-3/2$ $1s$	$1d-5/2$ $1s$
E	M	%	C	21,49	26,85	20,71	26,35	20,71	20,21	51,09	46,41								
49,4	0,21	0,01		0,028	-0,026	-0,008	0,004	0,032	-0,002	0,939	0,341								
49,4	0,22	0,01	1,00	0,028	-0,026	-0,009	0,005	0,032	-0,003	0,937	0,345	-0,005	0,001	0,002	-0,005	-0,006	0,010	0,004	-0,004
41,6	0,30	0,06		-0,065	0,131	0,027	-0,018	-0,090	0,013	-0,329	0,928								
41,5	1,45	0,06	1,02	-0,066	0,133	0,032	-0,021	-0,092	0,016	-0,332	0,927	0,004	-0,015	-0,017	0,017	0,009	-0,017	-0,011	0,014
30,2	0,25	0,01		-0,040	0	0,967	0,236	-0,016	-0,087	0,016	-0,021								
30,2	0,25	0,01	1,01	-0,038	-0,003	0,965	0,244	-0,015	-0,089	0,018	-0,025	-0,001	0,001	0,009	-0,008	-0,001	0,020	0,005	-0,012
26,0	0,33	0,01		0,981	0,149	0,026	0,061	-0,098	0,012	-0,031	0,027								
26,0	0,36	0,01	1,02	0,981	0,150	0,026	0,056	-0,099	0,013	-0,032	0,027	0,008	0,001	-0,001	0,002	0,007	-0,001	-0,005	0,001
24,0	0,42	0,02		-0,048	-0,033	-0,202	0,932	-0,40	0,923	-0,013	0,020								
23,9	0,43	0,02	1,04	-0,045	-0,027	-0,207	0,927	0,038	0,307	-0,016	0,023	0,001	-0,003	-0,011	0,023	0,002	-0,019	-0,009	0,015
20,5	0,04	0		-0,023	0,650	0,019	-0,017	0,758	0,032	0,001	-0,020								
20,5	0,04	0	1,02	-0,021	0,649	0,019	-0,018	0,760	0,028	0,001	-0,021	0,005	0,010	0,002	-0,002	0,006	0,002	-0,001	-0,005
16,9	0,06	0		-0,039	0,156	0,137	-0,248	-0,185	0,925	0,036	-0,052								
16,7	0,08	0	1,11	-0,038	0,148	0,148	-0,264	-0,173	0,924	0,039	-0,057	-0,004	0,011	0,034	-0,032	-0,009	0,036	0,024	-0,027
13,8	19,04	0,88		-0,165	0,715	-0,066	0,103	-0,609	-0,223	0,092	-0,132								
13,7	21,40	0,88	1,12	-0,167	0,719	-0,063	0,098	-0,611	-0,210	0,094	-0,135	-0,013	0,040	-0,005	0,004	-0,031	-0,005	0,013	-0,019

^{16}O $2^+T=1$				$1p^{-3/2}$ $1f\,7/2$	$1p^{-3/2}$ $1f\,5/2$	$1p^{-3/2}$ $2p\,1/2$	$1p^{-3/2}$ $2p\,3/2$	$1p^{-1/2}$ $1f\,5/2$	$1p^{-1/2}$ $2p\,3/2$	$1s-$ $1d\,3/2$	$1s-$ $1d\,5/2$	$1f-7/2$ $1p\,3/2$	$1f-5/2$ $1p\,3/2$	$2p-1/2$ $1p\,3/2$	$2p-3/2$ $1p\,3/2$	$1f-5/2$ $1p\,1/2$	$2p-3/2$ $1f\,1/2$	$1d-3/2$ $1s$	$1d-5/2$ $1s$
E	M	%	C	21,49	26,85	20,71	26,35	20,71	20,21	51,09	46,41								
53,1	1,81	0,08		-0,038	0,008	0,007	-0,003	-0,035	-0,0001	0,999	-0,004								
53,1	1,64	0,08	1,00	-0,037	0,007	0,006	-0,002	-0,034	-0,000	0,999	-0,001	-0,000	-0,013	+0,001	0,001	0,004	-0,004	-0,001	0,009
48,1	2,75	0,13		-0,004	-0,060	-0,002	+0,004	0,016	-0,005	0,006	0,998								
48,1	2,50	0,13	0,99	-0,004	-0,058	-0,002	0,004	0,015	-0,005	0,002	0,998	-0,008	0,009	0,004	-0,002	-0,012	-0,001	0,009	-0,005
33,3	1,03	0,05		0,020	0,004	1,000	-0,006	0,009	-0,016	-0,006	0,002								
33,3	1,02	0,05	1,00	0,021	0,004	1,000	-0,006	0,010	-0,016	-0,005	0,002	0,000	0,001	0,001	0,001	0,000	-0,009	0,001	0,004
28,0	1,99	0,09		0,992	-0,004	-0,021	-0,019	0,118	-0,009	0,042	0,001								
28,0	1,76	0,09	1,00	0,992	0,000	-0,022	-0,020	0,114	-0,010	0,040	0,003	0,001	0,017	0,000	0,000	-0,002	-0,000	0,000	-0,008
27,0	1,03	0,05		0,019	0,012	0,006	1,000	-0,004	-0,007	0,003	-0,003								
27,0	1,01	0,05	0,98	0,020	0,013	0,006	1,000	-0,004	-0,007	0,003	-0,003	0,000	-0,000	0,001	-0,007	0,000	0,001	0,001	-0,002
23,6	11,0	0,51		0,037	0,958	-0,003	-0,014	-0,273	-0,044	-0,016	-0,061								
23,5	9,93	0,50	0,95	0,029	0,962	-0,003	-0,014	-0,261	-0,047	-0,014	0,059	0,014	-0,022	0,001	-0,000	0,024	0,000	-0,012	0,010
21,8	1,16	0,05		-0,115	0,273	-0,009	0,002	0,952	-0,080	0,027	0,0002								
21,8	1,14	0,06	1,00	-0,112	0,258	-0,009	0,003	0,956	-0,080	0,027	0,000	0,002	0,016	0,001	-0,000	-0,005	-0,000	0,001	0,007
21,1	0,92	0,04		0,002	0,064	0,016	0,007	0,066	0,996	0,002	0,008								
21,1	0,898	0,05	1,00	0,002	0,066	0,015	0,006	0,066	0,996	0,002	0,008	0,001	0,000	-0,009	0,001	0,001	0,001	-0,005	-0,001

Table 6.9

^{16}O $2^-T=0$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{5/2}$	$2s^-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{1/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{1/2}$
E	N	%	C	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
21,7	0,18	0,12		-0,001	0,983	0,179	-0,034	-0,002					
21,6	0,17	0,13	0,98	-0,001	0,983	0,180	-0,036	-0,005	-0,001	-0,000	-0,023	-0,004	0,001
17,3	0,24	0,16		1,000	0,003	-0,009	-0,004	-0,003					
17,3	0,23	0,17	1,00	1,000	0,003	-0,012	-0,006	-0,004	-0,001	-0,000	-0,001	-0,000	-0,001
16,6	0,58	0,40		0,011	-0,136	0,846	0,491	0,156					
16,6	0,52	0,39	0,98	0,014	-0,134	0,839	0,507	0,150	-0,002	-0,021	-0,004	-0,003	-0,037
14,7	0,10	0,07		-0,001	0,110	-0,444	0,863	-0,244					
14,6	0,10	0,07	1,06	-0,002	0,114	-0,459	0,854	-0,222	0,001	0,012	-0,017	0,033	0,030
10,6	0,36	0,25		0,001	0,049	-0,234	0,112	0,965					
10,5	0,32	0,24	1,00	0,001	0,053	-0,236	0,119	0,965	-0,002	0,015	-0,046	0,013	-0,013

^{16}O $2^-T=1$				$1p^{-3/2}$ $2s$	$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{5/2}$	$2s^-$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{1/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{1/2}$
E	N	%	C	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
23,7	0,22	0,15		0,067	0,988	0,117	-0,041	0,060					
23,7	0,19	0,14	0,98	0,063	0,990	0,111	-0,040	0,057	-0,005	-0,007	-0,007	0,009	-0,021
20,2	0,73	0,50		0,839	-0,117	0,493	0,150	0,128					
20,1	0,63	0,49	0,95	0,858	-0,108	0,468	0,140	0,120	-0,013	-0,005	-0,022	-0,010	-0,023
19,1	0,17	0,11		-0,537	-0,053	0,791	0,269	0,107					
19,1	0,17	0,13	0,96	-0,506	-0,053	0,811	0,269	0,108	-0,004	0,000	-0,018	-0,013	-0,018
17,7	0,005	0,003		0,022	0,076	-0,295	0,951	-0,055					
17,6	0,004	0,003	0,96	0,020	0,073	-0,291	0,952	-0,053	0,001	0,010	-0,000	-0,022	0,006
13,0	0,35	0,24		-0,054	-0,035	-0,174	0,007	0,983					
13,0	0,35	0,24	0,96	-0,051	-0,034	-0,166	0,007	0,985	-0,009	-0,015	-0,020	-0,001	-0,026

Table 6.10

^{16}O 3^- $T=0$				$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{5/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{1/2}$
E	N	%	C	22,73	17,65	11,51			
20,3	7,54	0,13		0,938	0,327	-0,118			
20,1	8,91	0,08	1,0	0,927	0,360	-0,127	0,023	-0,027	0,054
15,3	11,6	0,20		-0,272	0,901	0,337			
15,1	15,1	0,14	1,1	-0,294	0,878	0,388	-0,040	0,054	-0,061
7,47	40,3	0,67		0,216	-0,284	0,934			
6,25	86,0	0,78	1,7	0,286	-0,351	0,942	0,157	-0,143	0,215

^{16}O 3^- $T=1$				$1p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1p^{-1/2}$ $1d^{5/2}$	$1d^{-3/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1p^{1/2}$
E	N	%	C	22,73	17,65	11,51			
24,2	24,7	0,42		0,999	-0,034	-0,008			
24,1	23,0	0,42	1,00	1,000	-0,032	-0,008	0,001	0,012	0,030
18,5	16,7	0,28		0,033	0,998	-0,063			
18,5	15,6	0,28	0,97	0,031	0,998	-0,060	0,013	-0,015	0,004
12,8	18,0	0,30		0,011	0,062	0,998			
12,7	16,8	0,30	1,00	0,010	0,059	0,999	-0,029	0,004	0,000

Table 6.11

^{16}O	$1f^{7}/_{2}=-0,3;2p^{3}/_{2}=4,7$		$1f^{7}/_{2}=6,7;2p^{3}/_{2}=11,7$		$1f^{7}/_{2}=13,7;2p^{3}/_{2}=18,7$	
$2^{+}T=0$	13,7	88 %	19,3	91%	25,9	93 %
$2^{+}T=1$	53,1	11 %	53,3	12 %	53,3	14 %
	48,1	10 %	48,3	11 %	48,4	13 %
	23,5	50 %	30,7	47 %	37,6	46 %

Tableau 6.12

C H A P I T R E VII

LES ETATS IMPAIRS DU CALCIUM 40

1.-Introduction.

Plusieurs difficultés propres au calcium 40 ne permettent pas de lui appliquer complètement le programme défini précédemment. Les données expérimentales sont peu nombreuses de sorte qu'il n'est pas possible de construire un χ^2 significatif. Les énergies de particules et de trous sont plus douteuses que pour ^{12}C et ^{16}O. Le spin isotopique n'étant plus un bon nombre quantique, les matrices nucléaires sont de grandes dimensions et les méthodes de diagonalisation par itération dont on dispose sont mal adaptées à leur solution. Pour résoudre le problème séculaire de l'approximation particule-trou généralisée il faut en prendre une approximation symétrique à laquelle on puisse appliquer la méthode de Jacobi (§ 2). Une étude particulière des deux niveaux collectifs 3^- à 3.76 meV et 5^- à 4.46 meV montre

l'importance des effets du champ coulombien sur les états de proton; en outre seule l'approximation II permet de rendre compte de leur position relative. Une recherche partielle aux moindres carrés comprenant uniquement ces deux niveaux, conduit à des forces effectives fortement plus attractives que dans le cas du carbone et de l'oxygène; nous pensons qu'il s'agit d'une renormalisation phénoménologique de la force destinée à simuler l'effet certainement important dans la région de 4 meV du terme à un phonon (§ 3). Nous montrons que la forme de la résonance dipolaire géante dépend de façon très sensible de l'hypothèse faite sur le spin isotopique. Par ailleurs elles est obtenue à une position trop basse pour toutes valeurs des paramètres rendant compte des états collectifs 5^- et 3^-. Ce résultat ne peut être expliqué que par une mauvaise identification de l'énergie de l'état de trou 1d5/2 (§ 4). On donne les états propres de parité impaire 0^-, 1^-, 3^-, 5^-. Nous prédisons l'existence d'un second niveau 5^- ($T \approx 0$) vers 8 meV (§ 5).

2.- L'approximation symétrique du problème séculaire particule-trou généralisé.

Le problème séculaire non symétrique de l'Approximation II

$$(\Sigma \pm \Lambda) x_\pm = \omega^2 x_\pm \qquad (7.1)$$

où Σ est symétrique et Λ antisymétrique est résolu itérativement avec une bonne précision par les méthodes numériques dont on dispose seulement si ses dimensions sont inférieures à 10 environ. Dans le cas du calcium 40 le spin isotopique n'est plus un très bon nombre quantique, comme l'a montré la discussion sur les énergies de particules (Chap. IV § 2). La matrice nucléaire doit être construite sur des configurations de protons et de neutrons (Cf. Chap. IV § 7). Les dimensions de l'espace de diagonalisation dans le cas des niveaux 1^-, 3^-, 2^- sont de 16, 18 et 20 respectivement. En remplaçant le système non symétrique 7.1) par le problème symétrique

$$\Sigma \; x = \omega^2 \; x \qquad (7.2)$$

on peut utiliser la méthode de Jacobi dont l'application n'est pas limitée par les dimensions du problème. L'erreur introduite est faible en général. Les éléments diagonaux de $\Lambda = \mathcal{B}\mathcal{A} - \mathcal{A}\mathcal{B}$ sont nuls, quant aux éléments non diagonaux de $\mathcal{B}\mathcal{A}$ dominés par l'élément diagonal de $\mathcal{A}$ ils sont du même signe que les éléments correspondants de $\mathcal{A}\mathcal{B}$. En conséquence les éléments de Λ sont en moyenne inférieurs d'un ordre de grandeur aux éléments de $\mathcal{B}^2$ et de deux ordres de grandeur aux éléments diagonaux de $\mathcal{A}^2$. Ce raisonnement très qualifitatif est confirmé par la comparaison des valeurs propres fournies par les systèmes (7.1) et (7.2) respectivement pour les états 1^- et 3^- de l'oxygène 16 (Tableau

	1^-		3^-	
	A	B	A	B
T = 0	23,2	23,2	20,3	20,3
	17,0	17,0	15,0	15,0
	15,0	15,0	4,48	4,11
	9,22	9,25		
	1,01	0,66		
T = 1	25,4	25,4	24,1	24,1
	21,9	21,9	18,4	18,4
	19,4	19,4	12,7	12,7
	18,2	18,1		
	13,5	13,5		

Tableau 7.1

Les niveaux 1^- et 3^- de l'oxygène 16, dans l'approximation particule-trou généralisée complète (A) et dans son approximation symétrique (B). Force effective utilisée : W/b = 1 ; V = -40 meV ; η = 0.6 ; θ = 0 ; H = 0.4. Cette force est différente de celle du tableau 5.5 par la valeur de η .

7.1). Seul l'état T = 0 le plus bas est légèrement affecté par l'approximation faite.

Pour les états du calcium 40, nous utiliserons donc l'approximation symétrique (7.2) du problème séculaire particule-trou généralisé (7.1) lorsque le spin isotopique n'est plus pris comme bon nombre quantique

3.- Rôle des effets coulombiens dans la description des états collectifs 3^- et 5^- du calcium 40.

On suppose tout d'abord que le spin isotopique total est un bon nombre quantique. L'état 3^- de 3.76 meV, et l'état 5^- de 4.48 meV sont considérés comme des états de spin isotopique T = 0 pur. Leurs positions théoriques respectives sont portées sur la figure 7.1 en fonction de la profondeur V et de l'amplitude single dans les états pairs ν, pour un rapport ν/b = 0.8, et avec θ = 0.4, H = 0. Pour une portée de 1.7 fermi cette valeur du rapport ν/b est en accord avec le rayon moyen du calcium 40 (1.98 fermi) déterminé par diffusion d'électrons de haute énergie. Les valeurs de θ et de H ont été choisies d'après la recherche partielle aux moindres carrés exposée plus bas. Sur la figure 7.1 on voit que, les résultats sont en contradiction avec l'expérience, dans l'Approximation II comme dans l'Approximation I. Les deux niveaux sont obtenus à des énergies trop élevées et, ce qui est plus grave, leur position relative est inversée.

La figure 7.2 représente les courbes correspondantes obtenues pour les mêmes valeurs des paramètres lorsque le spin

isotopique total n'est plus pris comme bon nombre quantique. On tient compte de la différence entre les énergies des états de protons et les énergies des états de neutrons (Cf. Chap. IV, § 2). Dans l'Approximation I le niveau 3^- descend par rapport au niveau 5^-, mais ni leur position absolue, ni leur position relative ne sont encore correctes. Par contre avec l'Approximation II pour toutes valeurs des paramètres on obtient l'ordre relatif correct des deux niveaux. En outre, pour chaque valeur de la profondeur il existe une valeur de η pour laquelle les positions absolues expérimentales des deux niveaux sont obtenues à quelques centaines de keV près.

Renormalisation de la force effective pour la description des niveaux 3^- et 5^-.

Les valeurs des paramètres utilisées dans les figures 7.1 et 7.2 correspondent à des forces effectives beaucoup plus attractives que dans le carbone 12 et l'oxygène 16. On peut penser que ces forces cherchent à simuler des effets d'ordre supérieur négligés par les Approximations particule-trou. En particulier l'interaction d'une particule et d'un trou par l'intermédiaire de l'excitation de l'état octupolaire doit jouer un rôle important vers 4 meV. En effet le dénominateur de la contribution du diagramme à un phonon (Chap. 3 § 3, expression 3.3) s'annule pour l'énergie $(\tilde{\varepsilon}_a + \tilde{\varepsilon}_A - 3.76)$ meV, avec pour la paire particule-trou une énergie d'excitation dans le calcium 40 de l'ordre de 7 - 8 meV.

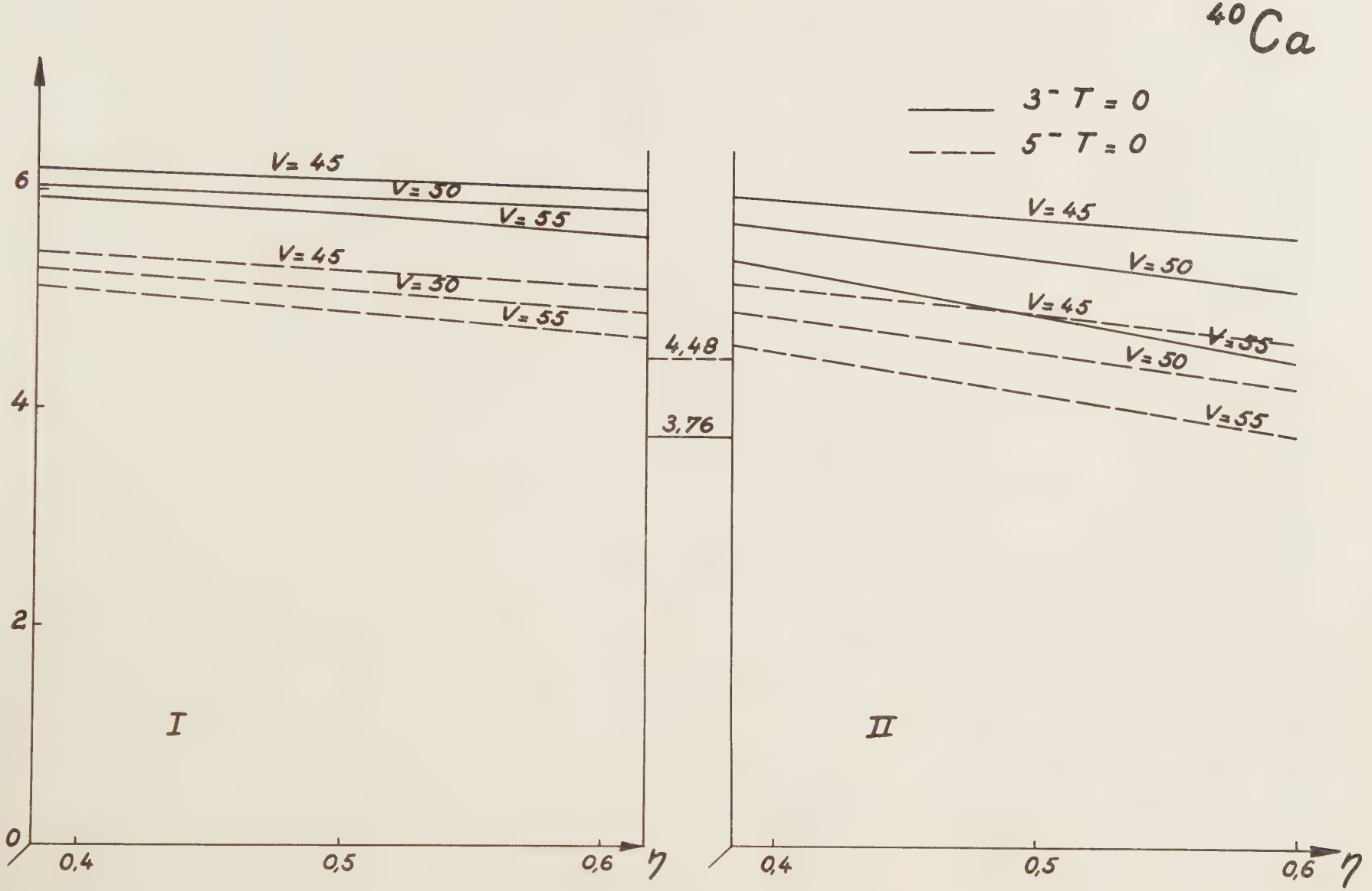

^{40}Ca
3⁻ T = 0
5⁻ T = 0
V= 45
V= 50
V= 55
V= 45
V= 50
V= 55
6
4
2
0
4,48
3,76
I
II
0,4
0,5
0,6
η
0,4
0,5
0,6
η

Fig : 7.1

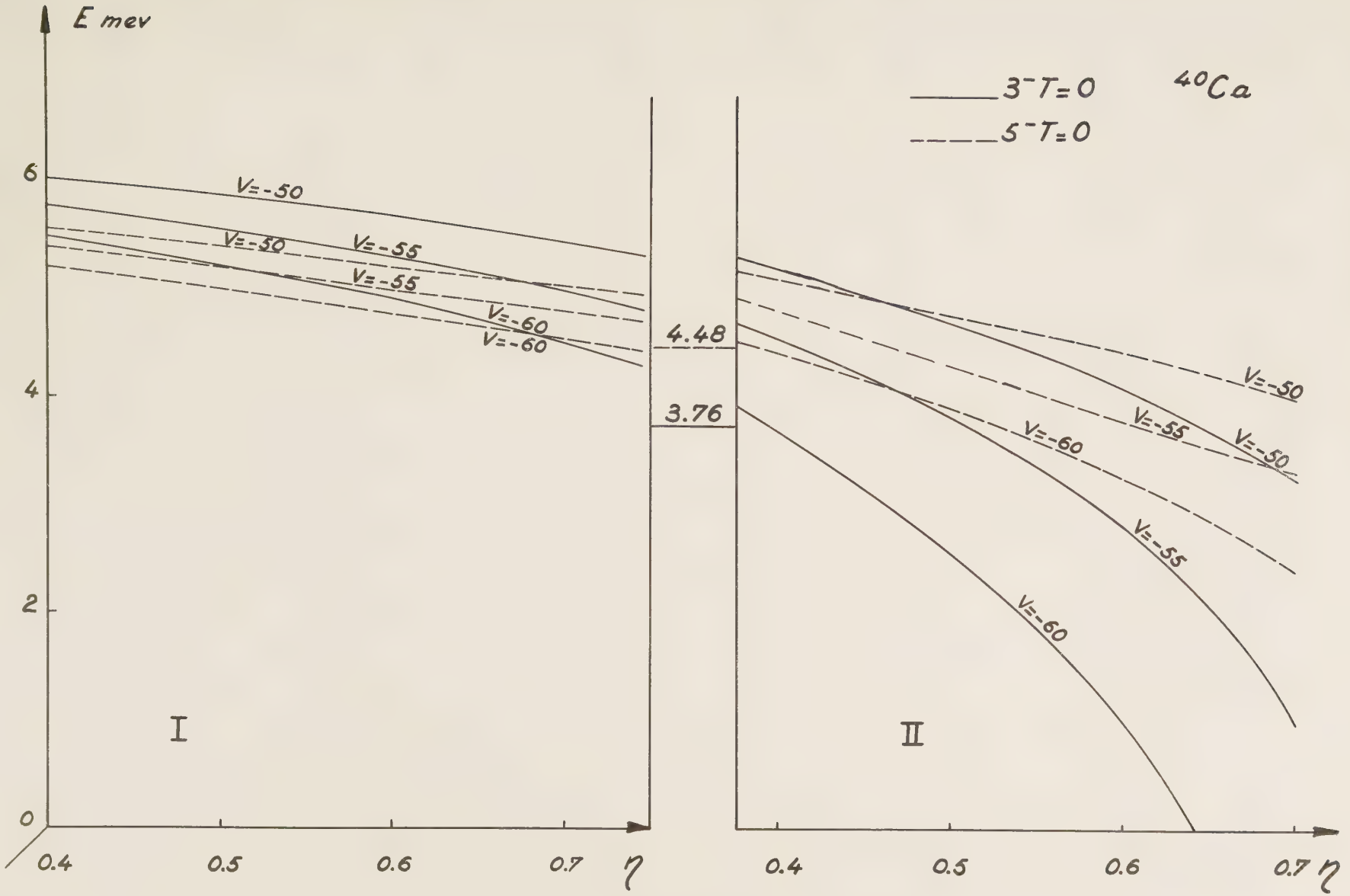

E mev
3⁻T=0
5⁻T=0
40Ca
6
4
2
0
V=-50
V=-50
V=-55
V=-55
V=-60
V=-60
4.48
3.76
V=-50
V=-55
V=-50
V=-60
V=-55
V=-60
I
II
0.4
0.5
0.6
0.7
η
0.4
0.5
0.6
0.7
η

Fig : 7.2

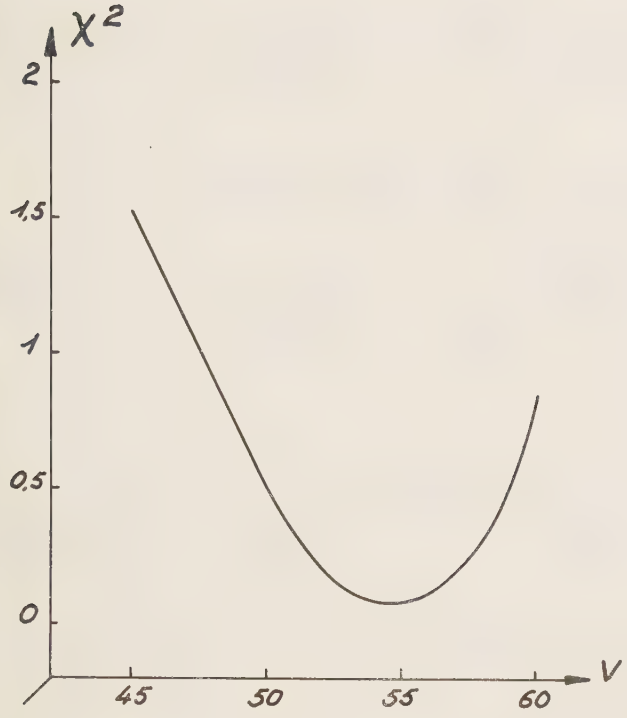
Pour étudier cette renormalisation on fait une recherche aux moindres carrés portant seulement sur les deux niveaux 3^- et 5^- de 3.76 et 4.48 meV. Le spin isotopique total n'est pas pris comme bon nombre quantique et la recherche est faite dans l'approximation particule-trou généralisée, l'Approximation I ne permettant pas une description qualitative de deux niveaux 3^- et 5^-. Parmi les forces les meileures on choisit celle du tableau 7.2

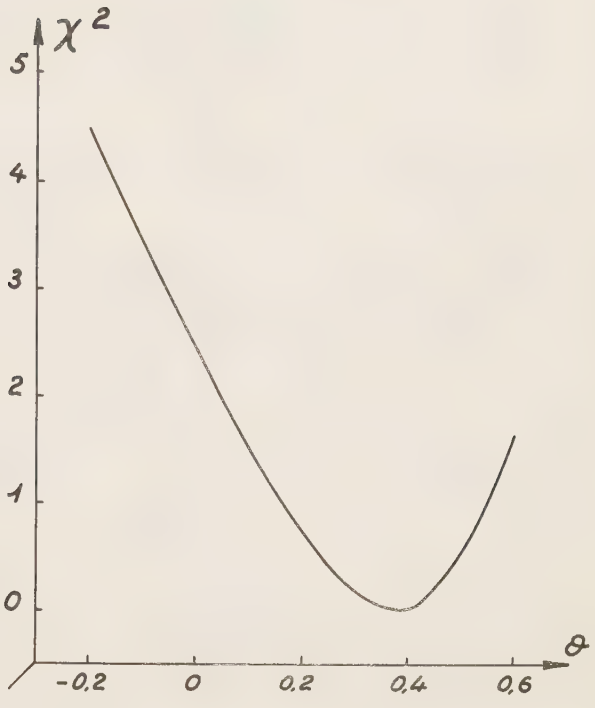
	μ/b	V meV.	θ	H	η
Calcium 40	0.8	- 55	0.4	0	0.5

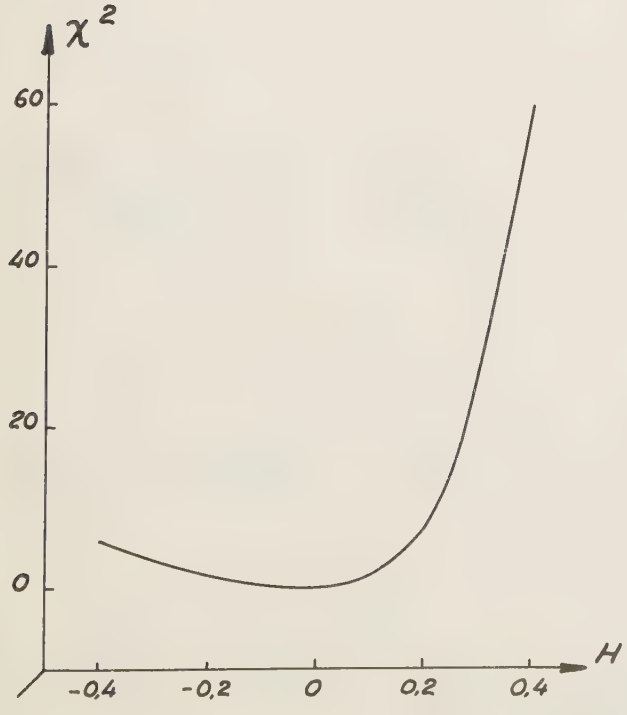
TABLEAU 7.2

Les courbes de la figure 7.3 donnent le comportement de ce χ^2 partiel lorsque l'un des paramètres varie autour de sa valeur du tableau 7.2. On remarque l'extrême sensibilité du aux paramètres. Ce comportement avait déjà été remarqué dans le cas des niveaux collectifs du carbone et de l'oxygène décrits par l'Approximation II. Les figures 7.4 et 7.5 donnent les surfaces de χ^2 en fonction de deux des paramètres. La valeur du χ^2 est portée aux différents points des quadrillages, chiffre supérieur. Le chiffre inférieur indique la position correspondante du pic dipolaire géant. On a hachuré, lorsque cela était possible, la

^{40}Ca


χ²
2
1,5
1
0,5
0
45
50
55
60
V


χ²
5
4
3
2
1
0
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
θ


χ²
60
40
20
0
-0,4
-0,2
0
0,2
0,4
H

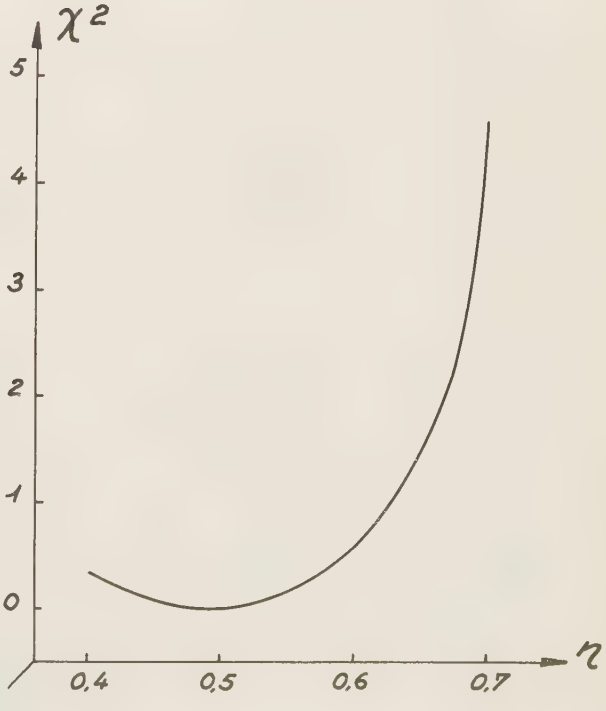
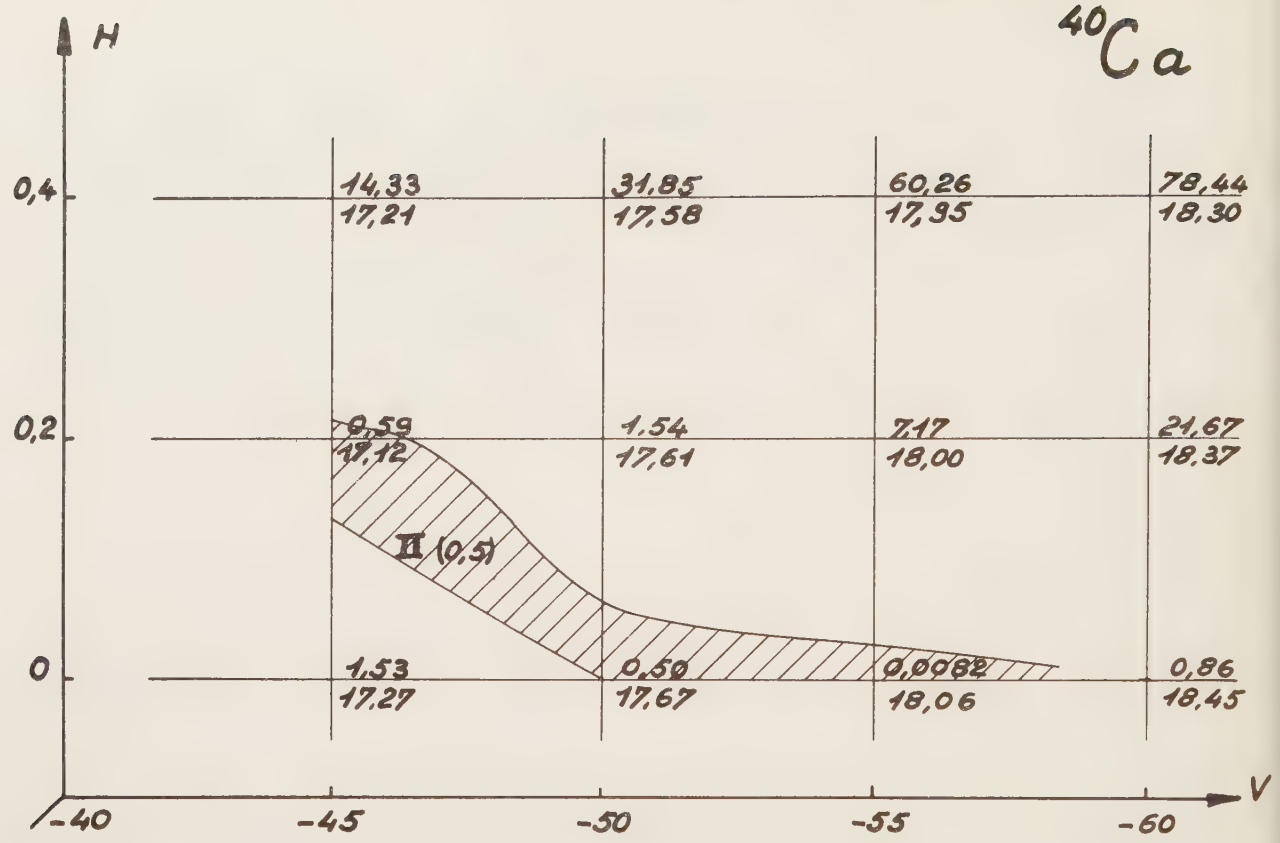
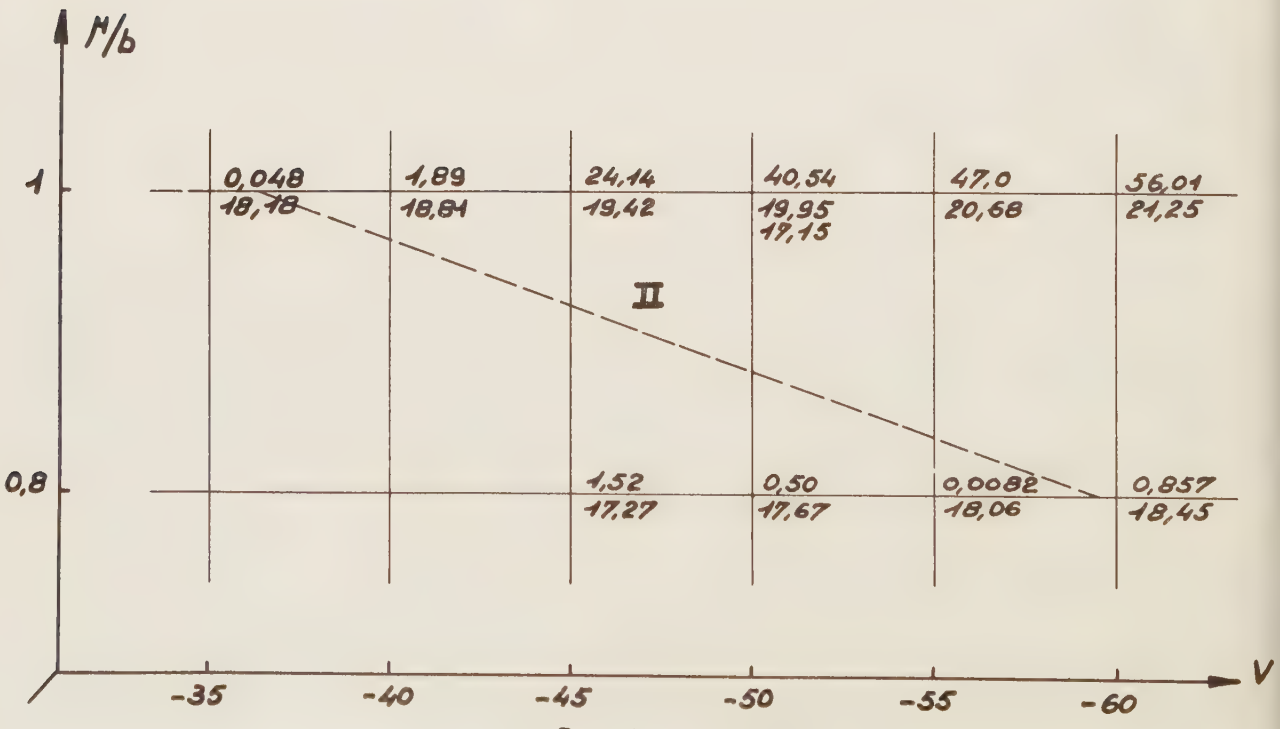

χ²
5
4
3
2
1
0
0,4
0,5
0,6
0,7
η

Fig : 7.3



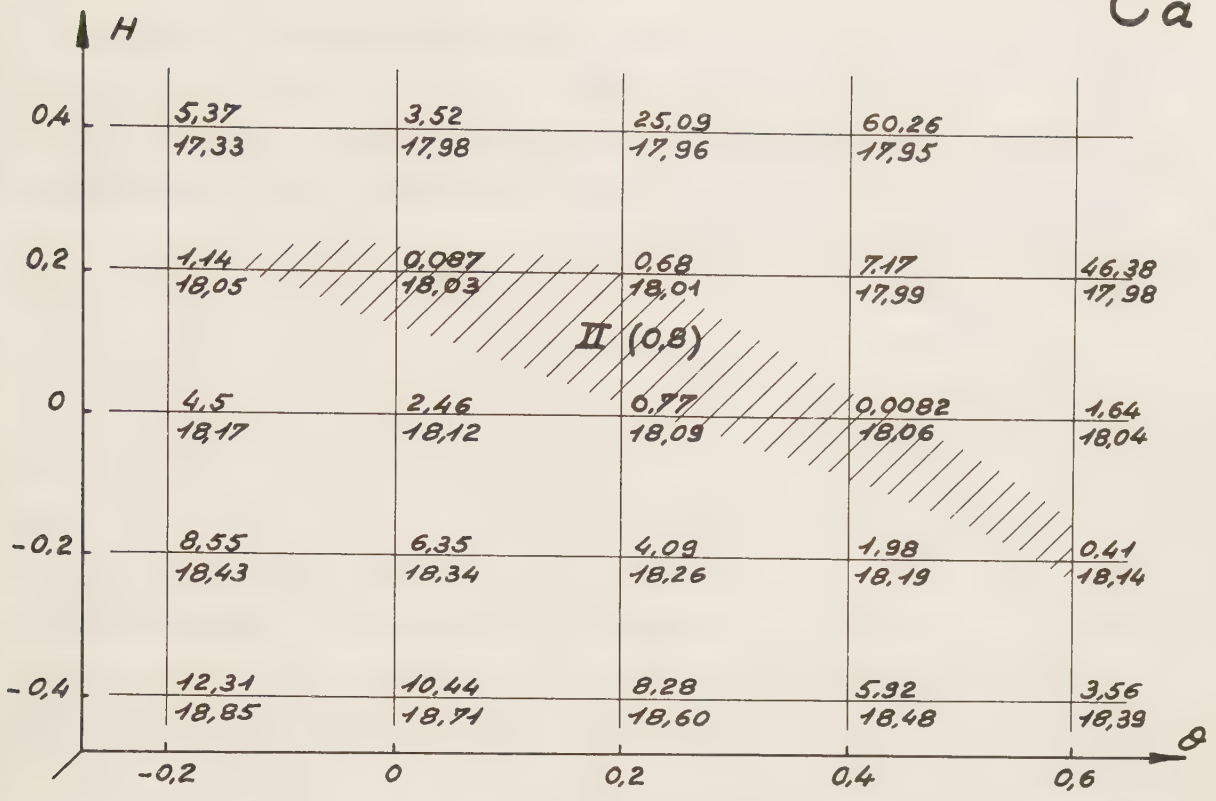
$X^2 = f(V, H)$



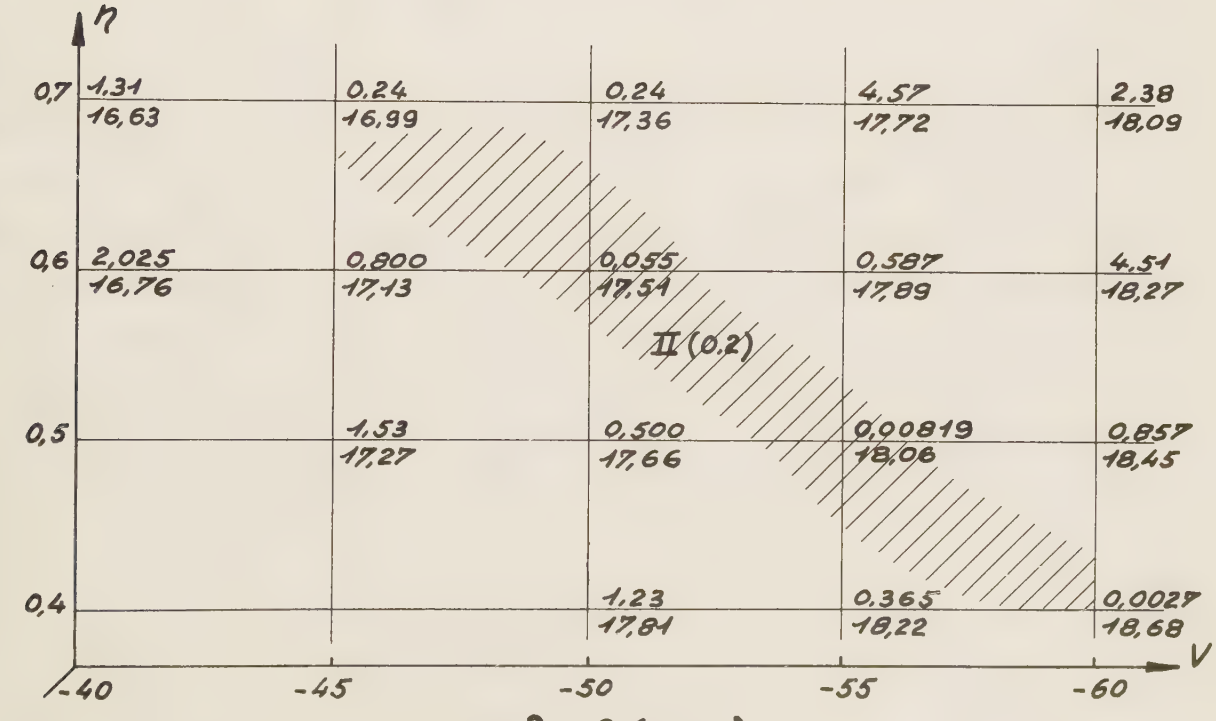
$X^2 = f(V, M/b)$

Fig : 7.4

^{40}Ca



$x^2 = f(\theta, H)$



$x^2 = f(V, \eta)$

Fig : 7.5

région de meilleur accord. Elle est sensiblement différente de celle du carbone et de l'oxygène et elle correspond à des forces effectives plus attractives. Essentiellement le puits est plus profond de 15 meV pour une même portée μ et la composante de Heisenberg est moins forte.

4.- Les états dipolaires du calcium 40.

La force effective du tableau 7.2, renormalisée pour rendre compte d'effets d'ordre supérieurs importants dans la région des états collectifs 3^- et 5^-, doit conduire à des résultats incorrects si on l'applique au calcul de niveaux situés dans d'autres régions, Effectivement la valeur propre associée à l'état dipolaire non physique du centre de masse est fortement imaginaire ($E^2 \sim -20$ meV), ce qui résulte d'une interaction trop attractive. On doit s'attendre à trouver une résonance dipolaire géante, de composante de spin isotopique T = 1 prépondérante, trop haute en énergie. Sur les figures 7.4 et 7.5 on a porté aux différents points du quadrillage (chiffre inférieur) la position du pic calculé le plus intense. Le pic est obtenu environ 2 meV en dessous de sa position expérimentale (20 meV). En fait la position calculée dépend de façon critique de l'énergie de trou 1d5/2 mal identifiée. La valeur adoptée ici (correspondant à l'état de 6.4 meV du ^{39}K) est inférieure de 2 meV de celle adoptée par V.V. Balashov, V.G. Shevchenko et N.P. Yudin [44]. A défaut d'une détermination sure de l'énergie de l'état de trou 1d5/2, la mise en place de la résonance géante est possible par mani-

pulation de ce seul paramètre, ce qui ressort uniquement de la phénoménologie.

Avant de terminer nous noterons l'extrême sensibilité de la forme de cette résonance par rapport aux paramètres de l'interaction effective ou aux énergies d'ordre zéro, déjà remarquée par Balashov et al. [44] et G.E. Brown et al. [30]. Dans un formalisme ou le spin isotopique est pris comme un bon nombre quantique avec les paramètres du tableau 7.2 et les données de la figure 4.6, on obtient (tableau 7.3) plusieurs pics dipolaires d'intensités égales. Par contre en tenant compte des effets coulombiens moyen on obtient un premier pic très intense et un second, dix fois plus faible, trois meV plus haut tableau 7.5 ce qui est plus conforme à la situation expérimentale [62]. Cette sensibilité des transitions radiatives au détail du traitement numérique s'explique si dans leur expression

$$T^{(n)} = \left| \sum_{\alpha\beta} X^{(n)}_{\alpha\beta} \, D_{\alpha\beta} \right|^2$$

une ou plusieurs des amplitudes de transition du modèle en couches $D_{\alpha\beta}$ sont prépondérantes avec les composants $X^{(n)}_{\alpha\beta}$ correspondantes faibles (Eric Sanderson). Ici les amplitudes de transition 1d5/2 - 1f7/2 et 1d3/2 - 1f5/2 sont trois à quatre fois plus importantes que les amplitudes 1d5/2 - 2p3/2, 20-2p1/2 et 21-2p3/2 (Cf. tableau 2 réf. 44 p. 329) or les composantes correspondantes sont petites (Cf. tableau 7.5) et de faibles variations en pourcentages, de ces dernières dues à des modifications

$1^- T=0$				$1^- T=1$			
I		II		I		II	
E	%	E	%	E	%	E	%
19,9	1	19,9	0	22,2	28	22,0	26
19,5	0	19,5	0	20,7	12	20,6	8
15,0	3	14,9	2	19,5	24	19,4	25
13,4	0	13,4	0	17,0	35	16,8	38
13,3	1	13,2	1	16,0	0	15,9	1
9,46	0	9,45	0	14,1	0	14,0	0
7,83	0	7,75	0	11,7	1	11,7	2
3,59	95	4,55	97	9,19	0	9,18	0

Tableau 7.3

Les états dipolaires du calcium 40 sans effet du champ coulombien moyen. La force utilisée est celle du tableau 7.2.

énergies d'ordre zéro ou des éléments de matrice entraînent une forte variation de T.

5.- Les états impairs du calcium 40.

Les tableaux 7.4 à 7.7 donnent les valeurs propres et vecteurs propres des états 0^-, 1^-, 3^-, 5^- du calcium 40, calculés avec l'interaction du tableau 7.2

Le spin isotopique n'est pas considéré comme un bon nombre quantique, mais on donne néanmoins les vecteurs propres sur une base de spin isotopique total T déterminé. On voit que pour chaque état une composante T = 0 ou T = 1 est prépondérante, mais le mélange avec l'autre composante n'est souvent pas négligeable. Les deux premières colonnes T = 0 et T = 1 correspondent aux composantes X_1, les deux dernières aux composantes X_2 dans l'approximation particule-trou généralisée (Cf. Chap. 3 § 2).

Les résultats sont donnés deux par deux, le chiffre du haut correspondant à l'Approximation I, celui du bas à l'Approximation II. Les configurations sont portées sur la seconde ligne et leurs énergies non perturbées peuvent être déduites du tableau 4.5.

Les contributions relatives à la règle de somme (%) tiennent compte simultanément des niveaux $T \approx 0$ et $T \approx 1$. En particulier pour l'état dipolaire il faut ôter la contribution prépondérante de l'état 1^- le plus bas correspondant au mouvement du centre de masse.

On obtient, entre autres, un second niveau 5^- non encore identifié dans la région de 8 meV, contribuant de façon appréciable à la règle de somme.

$^{40}Ca\,O^{-}$		T=0			T=1			T=0			T=1		
		$1d^{-3/2}$ $2p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1f^{5/2}$	$2s^{-}$ $2p^{1/2}$	$1d^{-3/2}$ $2p^{3/2}$	$1d^{-5/2}$ $1f^{5/2}$	$2s^{-}$ $2p^{1/2}$	$2p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-1/2}$ $2s$	$2p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-1/2}$ $2s$
E	%												
22,5		0	0,13	0,01	0,04	0,98	0,13						
22,3		0	0,15	0,01	0,03	0,99	0,11	0	0	0	-0,01	-0,06	-0,02
20,2		-0,02	-0,99	-0,04	0,01	0,13	0,02						
20,2		-0,01	-0,99	-0,03	0	0,13	0,02	0	0,01	0,01	0	-0,01	0
14,7		-0,01	0,02	-0,50	-0,02	0,12	-0,86						
14,7		-0,01	0,02	-0,51	-0,02	0,13	-0,85	0	0	0	0	0,02	0,01
14,1		-0,02	0,04	-0,87	0,01	-0,06	0,49						
14,1		-0,02	0,04	-0,86	0,01	-0,07	0,50	0	0,01	0,01	0	-0,01	-0,01
10,1		-0,47	0,01	0,01	-0,88	0,03	0,03						
10,1		-0,49	0,01	0,01	-0,87	0,04	0,02	0	0	0	0,03	0,01	0
9,26		0,88	-0,01	-0,02	-0,47	0,01	0,01						
9,26		0,88	-0,02	-0,02	-0,47	0,02	0,01	-0,01	-0,01	0	0,02	0,01	0

Table : 7.4

^{40}Ca 1⁻		T=0								T=1							
		$1d^{-3}/2$ $2p^{3}/2$	$1d^{-3}/2$ $2p^{1}/2$	$1d^{-3}/2$ $1f^{5}/2$	$1d^{-5}/2$ $2p^{3}/2$	$1d^{-5}/2$ $1f^{5}/2$	$1d^{-5}/2$ $1f^{7}/2$	$2s^{-}$ $2p^{1}/2$	$2s^{-}$ $2p^{3}/2$	$1d^{-3}/2$ $2p^{3}/2$	$1d^{-3}/2$ $2p^{1}/2$	$1d^{-3}/2$ $1f^{5}/2$	$1d^{-5}/2$ $2p^{3}/2$	$1d^{-5}/2$ $1f^{5}/2$	$1d^{-5}/2$ $1f^{7}/2$	$2s^{-}$ $2p^{1}/2$	$2s^{-}$ $2p^{3}/2$
E	%																
21,7	0,05	0	0	0	0	-0,15	-0,02	-0,01	0	0,01	-0,01	-0,26	0,08	-0,94	-0,01	-0,14	0
21,5	0,02	0	0	0,01	0	0,16	0,02	0,01	0	-0,02	0	0,24	-0,07	0,35	0,06	0,14	0,02
19,8	0	-0,01	-0,01	-0,02	0	0,98	0,11	0,02	0,02	0	-0,01	-0,08	0,03	-0,13	0,04	-0,04	0,01
19,8	0	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,98	0,11	0,02	0,03	0	0	-0,07	0,03	-0,15	0,01	-0,04	0
18,4	0,45	0	0	0,01	-0,02	0,06	-0,01	0	0	0,04	0,12	0,50	-0,33	-0,20	-0,69	0,19	-0,25
18,1	0,27	0	0	0,01	-0,02	0,05	-0,01	0	0	0,04	0,12	0,49	-0,39	-0,22	-0,68	0,19	-0,24
16,4	0	-0,01	-0,02	0	-0,10	0	0,02	0	0,01	0	0,11	-0,18	-0,91	-0,04	0,32	0,02	0,05
16,3	0	0,01	0,02	0,01	0,10	0,01	-0,02	0	-0,01	0,01	-0,09	0,20	0,91	0,01	-0,34	-0,02	-0,05
15,1	0	0	0	0,10	0,02	0	0,09	0,14	0,05	-0,03	-0,04	0,32	0,12	-0,20	0,44	0,78	0
15,1	0	-0,01	0	0,09	0,02	0	0,09	0,15	0,05	-0,03	-0,03	0,29	0,10	-0,14	0,44	0,81	0
14,4	0	0,01	0,02	-0,26	0,05	0,01	-0,19	0,06	-0,01	0,03	0,05	-0,68	0,02	0,12	-0,29	0,51	-0,25
14,4	0	0,01	0,02	-0,28	0,05	0,01	-0,21	0,05	-0,02	0,04	0,05	-0,69	0,03	0,09	-0,34	0,46	-0,24
13,9	0	-0,06	-0,14	0,33	-0,22	-0,05	0,32	0,73	0,34	0	0,01	-0,16	0,01	0,05	-0,17	-0,06	0,06
13,9	0	-0,06	-0,13	0,31	-0,22	-0,04	0,30	0,74	0,34	0	0,01	-0,18	0,01	0,04	-0,19	-0,06	0,06
13,7	0	-0,12	-0,39	0,06	-0,81	-0,01	0,08	-0,36	-0,09	-0,02	-0,09	-0,05	0,09	0,01	-0,03	0,09	-0,08
13,6	0	-0,12	-0,39	0,05	-0,82	-0,01	0,08	-0,35	-0,08	-0,02	-0,09	-0,05	0,08	0,01	-0,03	0,08	-0,07
13,6	0	0,03	0,13	0,65	0,24	-0,03	0,47	-0,35	-0,18	0,03	0,07	-0,22	-0,01	0,05	-0,05	0,07	-0,25
13,6	0	0,03	0,12	0,65	0,23	-0,02	0,48	-0,34	-0,17	0,03	0,07	-0,24	0	0,04	-0,07	0,06	-0,25
12,8	0	-0,01	-0,04	-0,11	-0,05	0	-0,04	0,20	0,01	0,03	0,10	0,09	0,06	0,01	0,32	-0,23	-0,88
12,8	0	0,01	0,03	0,11	0,04	0	0,04	-0,20	-0,01	-0,04	-0,10	-0,08	-0,06	-0,01	-0,31	0,25	0,88
12,0	0	-0,01	0,02	-0,01	-0,11	0	0	-0,02	0,03	0,21	0,95	0	0,15	0,01	0,06	0,01	0,14
11,9	0	-0,01	0,02	-0,01	-0,11	0	0	-0,02	0,03	0,21	0,94	0	0,17	0	0,05	0,01	0,14
9,9	0	-0,60	0,55	-0,01	-0,16	0	0	-0,07	0,18	-0,51	0,07	-0,01	0,01	-0,01	-0,02	0	-0,04
10,0	0	-0,60	0,54	-0,02	-0,17	0	0	-0,07	0,16	-0,53	0,07	0	0	0	-0,01	0	-0,03
9,5	0	0,02	-0,35	-0,10	0,13	-0,01	0,15	0,22	-0,57	-0,65	0,18	0	0	-0,01	-0,03	-0,01	0,04
9,5	0	0,09	-0,38	-0,09	0,16	-0,01	0,13	0,21	-0,52	-0,67	0,18	0	-0,01	0	-0,03	-0,01	0,03
9,2	0	-0,40	0,24	-0,21	-0,09	-0,02	0,27	0,23	-0,58	0,50	-0,12	0,02	0	0	0	0	0,07
9,2	0	-0,37	0,18	-0,22	-0,06	-0,03	0,29	0,27	-0,66	0,43	-0,09	0,01	0	0	-0,01	0	0,07
8,1	0	0,66	0,51	-0,24	-0,34	-0,03	0,32	0,04	-0,06	-0,15	-0,01	0,01	0,01	0	-0,02	0	0
8,0	0	-0,65	-0,53	0,23	0,37	0,03	-0,31	-0,02	0,04	0,14	0,01	-0,01	-0,01	0	0,01	0	0
3,3	0,47	0,15	0,25	0,51	-0,23	0,09	-0,64	0,22	-0,37	-0,01	-0,01	-0,01	0	0	0,01	0	0,01
4,9	0,69	0,09	0,19	0,57	-0,22	0,13	-0,70	0,23	-0,35	0	0	0	0	0	0	0	0

Table : 7.5

T = 0								T = 1							
$2p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$2p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{3/2}$	$2p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-1/2}$ $2s$	$2p^{-3/2}$ $2s$	$2p^{-3/2}$ $1d^{3/2}$	$2p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{3/2}$	$2p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-1/2}$ $2s$	$2p^{-3/2}$ $2s$
0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	-0,01	0,01	0	0,03	0,05	0,01	0,02
0	0	0,01	0	0,01	0	0,01	0	0	0	0	0	-0,01	-0,01	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	-0,01	-0,07	0,02	-0,03	0,06	-0,03	0,02
0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,01	-0,02	0	-0,01	0,01	-0,01	0,01
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,02	-0,01	0,03	0,02	0,01	0,02
0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	-0,01	0	-0,02	-0,02	-0,01	0
0	0	0,01	0	0,01	0	0,01	0	0	0	-0,01	0	-0,01	-0,01	0	0
0	0,01	0	-0,02	0	0	-0,01	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,01	0	0	0	0	0	-0,01	0	-0,01	-0,01	-0,01	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0,01	0	0,02	-0,01
0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0	0,02	0	0	0	0
0	0,01	0	-0,02	0	0	-0,01	0,01	-0,01	0	0	-0,01	0	0	0	0
-0,01	-0,02	-0,01	0,02	0	0,01	0,02	-0,03	-0,01	0	0	-0,01	0	0	0	0
-0,01	-0,01	-0,02	0,01	0	0,02	0,02	-0,03	0,01	0	0	0,01	0	0	0	0
-0,01	-0,02	0,03	0,03	0,01	-0,04	0,02	-0,02	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	0,03	0,19	-0,06	0,06	-0,22	0,07	-0,09	0	0	0,01	0	0	-0,01	0	0

Table : 7.5 (suite)

^{40}Ca 3^-		T = 0									T = 1							
		$1d^{-}_{5/2}$ $1f^{}_{7/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $1f^{}_{5/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $2p^{}_{3/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $2p^{}_{1/2}$	$1d^{-}_{3/2}$ $1f^{}_{7/2}$	$1d^{-}_{3/2}$ $1f^{}_{5/2}$	$1d^{-}_{3/2}$ $2p^{}_{3/2}$	$2s^{-}$ $1f^{}_{5/2}$	$2s^{-}$ $1f^{}_{7/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $1f^{}_{7/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $1f^{}_{5/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $2p^{}_{3/2}$	$1d^{-}_{5/2}$ $2p^{}_{1/2}$	$1d^{-}_{3/2}$ $1f^{}_{7/2}$	$1d^{-}_{3/2}$ $1f^{}_{5/2}$	$1d^{-}_{3/2}$ $2p^{}_{3/2}$	$2s^{-}$ $1f^{}_{5/2}$	$2s^{-}$ $1f^{}_{7/2}$
E	%																		
20,4	0,11	0,02	0,23	0	0	-0,01	-0,01	0	0	0,01	-0,06	0,94	-0,05	0,13	0	0,08	0,01	0,20	-0,02
20,3	0,05	0,02	0,23	0	0	-0,01	-0,01	0	0	0,01	-0,04	0,94	-0,04	0,12	0,02	0,07	0	0,19	0
19,2	0	0,09	0,96	0,02	-0,02	-0,03	-0,07	-0,01	-0,05	0,04	0,03	-0,20	0,03	-0,07	0	-0,03	-0,01	-0,09	0,01
19,1	0	0,09	0,96	0,02	-0,02	-0,03	-0,06	-0,02	-0,05	0,04	0,02	-0,21	0,02	-0,07	0	-0,03	0	0,09	0
17,9	0,12	-0,01	-0,06	-0,02	-0,14	0,01	0,01	0,02	-0,03	-0,01	0,07	0,23	0,17	-0,88	-0,01	-0,07	-0,05	-0,32	0,04
17,8	0,05	-0,01	-0,06	-0,02	-0,14	0,01	0,01	0,02	-0,03	-0,01	0,05	0,22	0,16	-0,90	0	-0,06	-0,03	-0,30	0,02
17,0	0,04	-0,01	-0,03	0,06	0,24	0,01	0,01	-0,02	-0,20	-0,02	0,09	0,16	0,04	0,35	-0,01	-0,09	0	-0,86	0,05
17,0	0,02	-0,01	-0,04	0,06	0,24	0,01	0,01	-0,02	-0,19	-0,02	0,07	0,16	0,04	0,23	0	-0,08	0,01	-0,87	0,04
16,5	0	0,03	0	0,31	0,89	-0,01	-0,02	-0,09	0	0,03	0	-0,01	0,13	-0,20	0	0	-0,02	0,19	0
16,5	0	0,03	0,01	0,31	0,89	-0,01	-0,02	-0,09	-0,01	0,02	0	-0,01	0,13	-0,20	0	0	-0,02	0,20	0
15,7	0	0,13	0,01	0,12	-0,03	-0,03	-0,10	-0,02	0,92	0,14	0,09	0,03	0,20	0,09	-0,01	-0,09	-0,02	-0,15	0,04
15,6	0	-0,13	-0,02	-0,13	0,01	0,03	0,10	0,01	-0,92	-0,14	-0,08	-0,04	-0,22	-0,09	0,01	0,08	0,02	0,14	-0,04
15,3	0,05	0,05	0,01	-0,16	0,17	-0,01	-0,04	-0,06	0,21	0,05	-0,09	-0,01	-0,91	-0,18	0,02	0,06	0,06	-0,15	-0,04
15,3	0,03	0,05	0,01	-0,15	0,18	-0,01	-0,04	-0,05	0,25	0,05	-0,07	-0,01	-0,90	-0,17	0,02	0,05	0,05	-0,15	-0,02
14,4	0,09	-0,03	0,02	0,33	-0,09	-0,01	0,13	0,06	0,06	0,01	-0,58	-0,05	0,09	-0,04	0,08	0,67	0,06	-0,18	-0,15
14,3	0,03	-0,03	0,02	0,36	-0,10	0	0,15	0,07	0,05	0,01	-0,55	-0,07	0,06	-0,04	0,06	0,67	0,06	-0,19	-0,13
14,0	0,03	0,09	0,01	-0,84	0,24	-0,02	-0,03	-0,19	0,07	0,06	-0,17	-0,02	0,27	0	0,02	0,26	-0,02	-0,04	-0,03
14,0	0,02	0,10	0,01	-0,83	0,25	-0,02	-0,03	-0,19	0,10	0,05	-0,18	-0,02	0,26	0	0,02	0,29	-0,02	-0,05	-0,03
13,7	0,01	-0,39	0	-0,02	0,01	0,01	-0,59	0	0,01	-0,02	-0,56	0	0,04	0	0,03	-0,41	0,03	-0,02	-0,07
13,7	0	-0,39	0	-0,02	0,01	0,01	-0,59	0	0,01	-0,02	-0,58	-0,01	0,05	-0,01	0,03	-0,39	0,03	-0,03	-0,07
13,1	0	-0,35	-0,01	0,03	-0,01	0,01	-0,60	0,02	-0,01	-0,03	0,48	-0,01	-0,02	0	-0,02	0,53	-0,02	0	0,05
13,1	0	-0,35	-0,01	0,03	-0,01	0,01	-0,60	0,02	-0,02	-0,03	0,49	0	-0,02	0	-0,02	0,52	-0,02	0	0,05
11,5	0,01	0,74	-0,08	0,04	-0,03	0,17	-0,43	0,12	-0,07	-0,37	-0,02	0	0,02	-0,01	0,06	0,01	0,08	-0,01	-0,22
11,4	0,01	0,73	-0,11	0,04	-0,03	0,16	-0,44	0,14	-0,09	-0,37	-0,01	-0,01	0,02	-0,01	0,06	0,01	0,08	-0,02	-0,24
10,7	0,12	-0,19	0,03	-0,03	0,02	-0,06	0,12	-0,03	0,04	0,03	0,21	0,01	0,05	-0,01	0,14	-0,09	0,28	-0,03	-0,89
10,7	0,06	-0,22	0,04	-0,03	0,02	-0,06	0,14	-0,04	0,05	0,04	0,20	-0,02	0,06	-0,04	0,13	-0,10	0,25	-0,05	-0,89
9,71	0,01	-0,01	0	0,04	-0,03	-0,02	0,01	-0,17	0,02	-0,12	-0,02	0	-0,05	0,03	-0,04	0	-0,92	-0,01	-0,30
9,70	0	-0,01	0	0,04	-0,03	-0,01	0,01	-0,17	0,01	-0,11	-0,02	0	-0,06	0,04	-0,04	0,01	-0,93	0,01	-0,29
8,44	0,01	0,13	-0,04	-0,04	0,03	0,34	-0,10	0,48	-0,11	0,74	0,01	0	0	0	0,15	0	-0,18	0	-0,09
8,34	0,02	0,15	-0,05	-0,03	0,02	0,34	-0,11	0,52	-0,14	0,70	0,01	0	0	0	0,17	-0,01	-0,18	0	-0,08
7,76	0	-0,03	0,01	0,07	-0,06	0,36	0,02	-0,45	0	-0,01	0,04	0,01	0	0	0,80	-0,02	0,01	0,01	0,14
7,73	0	-0,05	0,01	0,07	-0,07	0,36	0,03	-0,43	-0,01	0	0,05	-0,02	0	0	0,81	-0,03	0,01	-0,01	0,13
7,26	0,06	0,05	-0,02	0,11	-0,10	0,50	-0,04	-0,57	-0,06	0,26	-0,03	0	0	0	-0,55	0,01	0,12	0	-0,09
7,15	0,04	-0,03	0,02	-0,12	0,11	-0,60	0,03	0,52	0,09	-0,25	0,02	-0,01	0	0	0,51	-0,02	-0,10	-0,01	0,07
5,55	0,30	0,27	-0,10	0,12	-0,12	-0,68	-0,20	-0,38	-0,17	0,44	0	0	0	0	0,10	0	0,02	0	-0,01
3,84	0,65	0,42	-0,19	0,21	-0,21	-0,50	-0,31	-0,42	-0,34	0,57	0	0	0	0	0,03	0	0,02	0	-0,01

Table : 7.6

T = 0									T = 1								
$1f^{-7/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-1/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{3/2}$	$2p^{3/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $2s$	$1f^{7/2}$ $2s$	$1f^{-7/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-3/2}$ $1d^{5/2}$	$2p^{-1/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{3/2}$	$2p^{-1/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-5/2}$ $2s$	$1f^{-7/2}$ $2s$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0	0	0,02	0,01	0,01	0	0,02
-0,01	0,01	0	0	0	0,01	0	0,01	-0,01	0	0	0	0	0,01	0	0	0	-0,01
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0	-0,01	0	0,01	0,01	0,01	0,01	-0,02
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0	-0,01	0	0,01	0,01	0,01	0	-0,01
0	0	-0,01	0,01	0	0	0	0,01	-0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,01	-0,01	0,01	-0,02	0	-0,01	-0,01	0	0	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0,01
0	0	-0,01	0,01	0	0	0,01	0,01	-0,01	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0,01
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,02	-0,02	0,01	-0,01	-0,01	-0,02	0	-0,02	0,01
0	0	-0,01	0,01	0	0	0,01	0,02	-0,02	0,01	-0,01	0	0	0	-0,01	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	-0,01	0	0	0	0	0	-0,01	0
0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0	0	0	0	0,01	0
0,04	-0,03	0	0	-0,02	-0,03	0	-0,01	0,02	0	-0,01	0	-0,01	0	-0,01	0	-0,01	0
-0,02	0,01	0	0	0,01	0,01	0	0,01	-0,01	0,01	-0,02	0,02	-0,02	0,01	-0,01	-0,01	-0,02	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0	0	0,01	0	0	0	0,02	-0,01
0,03	-0,02	0,02	-0,02	-0,02	-0,03	-0,03	-0,04	0,01	0	-0,01	0	0	0	0	0	0	0
-0,01	0	0,01	-0,01	0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,02	0	-0,03	0	-0,01	0,01	-0,01	0	-0,02	0
-0,01	0,01	-0,03	0,03	0,01	0,01	0,04	0,05	-0,04	0	-0,02	0	0	0	-0,01	0	-0,01	0
0,21	-0,11	0,11	-0,12	-0,15	-0,16	-0,16	-0,21	0,24	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table : 7.6 (cont.)

^{40}Ca 5⁻		T = 0			T = 1			T = 0			T = 1		
		$1d^{-3/2}$ $1f^{7/2}$	$1d^{-5/2}$ $1f^{7/2}$	$1d^{-5/2}$ $1f^{5/2}$	$1d^{-3/2}$ $1f^{7/2}$	$1d^{-5/2}$ $1f^{7/2}$	$1d^{-5/2}$ $1f^{5/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{3/2}$	$1f^{-7/2}$ $1d^{5/2}$	$1f^{-5/2}$ $1d^{5/2}$
E	%												
20,5	0,29	0,13	0,01	-0,01	0,99	-0,06	0,03						
20,5	0,18	0,13	0,01	-0,01	0,99	-0,05	0,01	0	0	0	-0,0	0,01	-0,02
18,2	0,08	-0,97	-0,16	0,13	0,13	-0,02	0,01						
18,2	0,08	-0,98	-0,15	0,11	0,12	-0,02	0,01	-0,04	0,02	-0,03	0	0	0
13,4	0,13	-0,05	0,26	0,04	0,06	0,96	-0,08						
13,4	0,08	-0,06	0,25	0,04	0,08	0,96	-0,06	-0,01	0,01	-0,01	0,02	-0,01	0,01
12,3	0,03	-0,13	0,94	0,18	-0,01	-0,26	0,04						
12,2	0,04	-0,17	0,94	0,17	-0,01	-0,24	0,04	-0,04	0,02	-0,04	-0,01	0	0
8,07	0,22	0,02	-0,04	0,10	-0,03	0,09	0,99						
8,00	0,12	0,04	-0,05	0,10	-0,09	0,10	0,99	0,01	-0,01	0,02	-0,06	0,02	-0,01
5,20	0,25	-0,15	0,16	-0,97	0	0	0,11						
4,38	0,50	-0,31	0,28	-0,96	-0,01	0	0,07	-0,18	0,13	-0,23	-0,01	0	0

Table : 7.7

C O N C L U S I O N

Nous avons obtenu un accord remarquable avec le spectre de l'oxygène 16 et à un moindre degré avec celui du carbone 12 ainsi que pour les niveaux collectifs 3^- et 5^- du calcium 40. Nous avons délimité en partie le rôle de la phénoménologie. Il est très important et il jette un doute sur les conclusions qu'on peut tirer de travaux de spectroscopie nucléaire portant sur un nombre insuffisant de faits expérimentaux ou utilisant des énergies de particule ou de trou mal identifiées. Nous avons montré que certains niveaux ne peuvent être expliqués par les approximations particule-trou pour toutes valeurs raisonnables des paramètres, et nous avons souligné l'importance dans certaines régions d'énergie de la contribution à l'interaction particule-trou des diagrammes irréductibles à un phonon.

Une recherche aux moindres carrés portant sur de nombreux niveaux du carbone et de l'oxygène a permi de préciser les caractéristiques de l'interaction affective pour les noyaux légers. Elle reflète certains des caractères de la diffusion nucléon-nucléon libre.

La description des spectres du carbone et de l'oxygène avec l'approximation particule-trou ordinaire est aussi bonne qu'avec l'approximation particule-trou généralisée. Mais seule

cette dernière conduit à une région de meilleur accord dans l'espace des paramètres de l'interaction effective qui soit la même dans le carbone et l'oxygène. En outre elle est nécessaire pour expliquer les positions respectives des états collectifs 3^- et 5^- du calcium 40.

Un certain nombre de problèmes prolongent le présent travail. L'application des mêmes méthodes au cas du Pb^{208} est en cours (E. Sanderson et V. Gillet). L'utilisation d'un puits nucléaire fini est l'amélioration numérique la plus nécessaire pour l'obtention d'éléments de matrice plus réalistes et pour le calcul de réactions nucléaires autres que les transitions radiatives, mais le traitement des états du continu se heurte à diverses difficultés. Pour comprendre mieux les conditions de validité de l'approximation particule-trou généralisée, il est nécessaire d'estimer la contribution des diagrammes irréductibles à un phonon. Dans une autre voie, on peut chercher à étendre l'espace de diagonalisation aux configurations deux particules-trous pour la description des états pairs, comme l'ont fait N. Vinh Mau et G.E. Brown [27] et J. Sawicki [28] pour l'état 0^+ de l'oxygène 16. Le calcul des pôles des propagateurs à un trou ou à une particule pour les noyaux étudiés permettrait de mieux comprendre les énergie phénoménologiques utilisées et au besoin de les remplacer par des valeurs théoriques plus fondées. L'extension des méthodes du χ^2 aux noyaux à couches incomplètes, envisagée pour les isotopes de l'étain (R. Arvieu, M. et E. Baranger, M. Veneroni), permettra d'augmenter le nombre de données expérimentales déterminant les paramètres de l'interaction effective et peut-être de préciser la validité et les limites de la région de meilleur accord obtenue par le présent travail.

REMERCIEMENTS

Je remercie le Commissariat à l'Energie Atomique pour les facilités de travail qui m'ont été accordées et pour l'accès au Calculateur Electronique 7090 du Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude au Professeur Claude Bloch pour les critiques et encouragements qu'il m'a libéralement prodigués depuis m'a venue au C.E.A. Son cours, ses travaux sur le Problème à N corps et ses conseils m'ont guidés tout au long de ce travail. Je remercie très vivement le Professeur Albert Messiah de l'intérêt constant qu'il a porté aux présentes recherches et pour de nombreuses discussions et suggestions particulièrement utiles.

Je suis très reconnaissant au Professeur G.E. Brown de m'avoir initié à la spectroscopie nucléaire théorique et suggéré ce problème. Il en a suivi avec attention les différents développements. Ce travail doit beaucoup à ses suggestions. Je remercie très vivement le Professeur Michel Baranger pour ses conseils et ses discussions critiques. Le texte de ses séminaires sur les méthodes de Hartree-Fock a été largement utilisé ici. Je remercie beaucoup le Professeur Elizabeth Baranger pour avoir bien voulu vérifier par des calculs indépendants certains des résultats. Une partie de cette thèse est issue de travaux effectués en commun avec Madame Nicole Vinh Mau et Monsieur Eric Sanderson

et je tiens à les en remercier.

Je remercie Madame Antoinette Tonnelat, Professeur à la Faculté des Sciences, pour l'intérêt qu'elle n'a cessé de porter à mon travail depuis mes années de Licence. Madame Pierrette Benoist, Professeur à la Faculté des Sciences, a bien voulu patronner cette thèse. Je la remercie beaucoup pour ses conseils et ses encouragements.

Je ne saurais oublier les contributions des Physiciens d'Orsay et de Saclay lors de multiples échanges de vue. Je remercie en particulier Monsieur Robert Arvieu et Monsieur Marcel Veneroni qui a eu la patience de lire et critiquer la première partie de cette thèse, ainsi que Monsieur Michel Gaudin pour d'utiles suggestions concernant la résolution numérique du problème. Je remercie Monsieur Bellicard, Mesdames Monique Crut-Barloutaud, Henriette Faraggi, Messieurs Isabelle, Jacques Miller, Claude Schul, Christophe Tzara pour m'avoir communiqué leurs résultats expérimentaux avant publication.

Le Docteur A. Amouyal, Chef de la Section de Calcul automatique du C.E.N. Saclay, ainsi que Messieurs Dandeu, Letellier, de Montleau et Madame Banchereau m'ont apporté une aide importante pour la partie numérique du problème. Je les en remercie très vivement.

Mesdames Nicole Tichit, Monique Volle et Mademoiselle Paulette Régnier ont effectué avec patience le dépouillement des résultats ; Mademoiselle Marcelle Jameux et Madame Lyliane Houy se sont chargées de dactylographier ce travail. Je les remercie toutes pour le dévouement qu'elles ont apporté à ces tâches.

REFERENCES

1. - A.B. MIGDAL, Nuclear Physics 30 (1962) 239.

2. - I. TALMI et I. UNA, Nuclear Physics 30 (1962) 280.

3. - I. TALMI et I. UNA, Nuclear Physics 19 (1960) 225.

4. - L. ROSENFELD, Nuclear Forces (North Holland ad. Amsterdam 1948).

5. - R.A. FERRELL et W.M. VISSCHER, Phys. Rev. 102 (1956) 450.

6. - J.M. SOPER, à paraître.

7. - D.C. PEASLEE, Phys. Rev. 124 (1961) 839.

8. - S. FALLIEROS et R.A. FERREL, Phys. Rev. 116 (1959) 660.

9. - G.E. BROWN et M. BOLSTERLI, Phys. Rev. Letters 3 (1959) 472.

10. - S. TAKAGI, Prog. Theor. Phys. 21 (1959) 174.

11. - C. BLOCH, le problème à N-corp (cours, CEN Saclay 1960 - 1962, non publié).

12. - M. BARANGER, seminaires (CEN Saclay 1961 - 1962, non publié).

13. - J.P. ELLIOTT et B.H. FLOWERS, Proc. Roy Soc. A 242 (1959) 57.

14. - G.E. BROWN, J.A. EVANS et D.J. THOULESS, Nuclear Physics 24 (1961) 1.

15. - R.A. FERREL, Phys. Rev. 107 (1957) 1631.

16. - H. EHRENREICH et M. H. COHEN, Phys. Rev. 115 (1959) 786.

17. - K. SAWADA, Phys. Rev. 106 (1957) 372.

18. - R. ARVIEU et M. VENERONI, Compt. Rend. 250 (1950) 922, 2155.

19. - M. BARANGER, Phys. Rev. 120 (1960) 957.

20. - R.A. FERRELL et J.J. QUINN, Phys. Rev. 108 (1957) 570.

21. - SAWADA, BRUECKNER, FUKUDA et BROUT, Phys. Rev. 108 (1957) 507.

22. - D. BOHM et D. PINES, Phys. Rve. 92 (1953) 609.

23. - D.J. THOULESS, Nuclear Physycs 22 (1961) 78.

24. - S. FALLIEROS, These, Université de Maryland (1959).

25. - R. HOFSTADTER, Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 214.

26. - J.M. BLATT et V.F. WEISSKOPF, Theoretical Nuclear Physics (J. WILEY and Sous, New York, 1952) p. 149.

27. - N. VINH-MAU et G.E. BROWN, non publié

28. - J. SAWICKI et T. SODA, Nuclear Physics (sous presse).

29. - A. MESSIAH, Mecanique Quantique (Dunod ed., Paris, 1959).

30. - G.E. BROWN, L. CASTILLEJO et J.A. EVANS, Nuclear Physics 22 (1961) 1.

31. - V.M. GALITSKI et A.B. MIGDAL, JETP 34 (1958) 139.

32. - Claude BLOCH, Nuclear Physics 7 (1958) 451

33. - J. GOLDSTONE, Proc. Roy. Soc. A 239 (1957) 267.

34. - N.M. HUGENHOLTZ, Physica 23 (1957) 481.

35. - M. GELL-MANN et F. LOW, Phys. Rev. 84 (1951) 350.

36. - J.P. ELLIOTT et T.H.R. SKYRME, Proc. Roy. Soc. A 232 (1955) 561.

37. - D.J. THOULESS, The Quantum Mechenics of Many-Body Systems (Academic Press, New-York, 1961).

38. - J. HUBBARD, Proc. Roy. Soc. A 240 (1957) 539.

39. - Claude BLOCH, Seminaire CEN-Saclay (non publié).

40. - D.J. THOULESS, Nuclear Physics (19).

41. - R.G. SACHS et N. AUSTERN, Phys. Rev. 81 (1951) 705.

42. - J.S. LEVINGER et H. ABETHE, Phys. Rev. 78 (1950) 115.

43. - N. VINH MAU et G.E. BROWN, Nuclear Physics, 29 (1962) 89.

44. - V.V. BALASHOV, V.G. SHEVCHENKO et N.P. YUDIN, Nuclear Physics 27 (1961) 323.

45. - M.G. MAYER et J.H.D. JENSEN, Elementary Theory of Nuclear Structure (Wiley and Sons ed. New-York 1955).

46. - F. AJZENBERG-SELOVE et T. LAURITSEN, Nuclear Physics 11 (1959) 1.

47. - J.P. ELLIOTT et A.M. LANE, Handbuch Der Physic. XXXIX (Springer-Verlag ed. Berlin 1957).

48. - H. TYREN, Peter HILLMAN, et Th. A.J. MARIS Nuclear Physics 7 (1958) 10.

49. - S. SENGUPTA, Nuclear Physics 30 (1962) 300

50. - E.P. WIGNER, Phys. Rev. 50 (1937).

51. - L. EISENBUD et E.P. WIGNER, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 27 (1941) 281.

52. - J.S. BELL, Nuclear Physics 12 (1958) 117.

53. - U. FANO et G. RACAH, Irreducible Tensorial sets (Academic Press ed. New-York 1959).

54. - J.M. KENNEDY et W.T. SHARP, AECL, CRT-580 (1954).

55. - V. GILLET et N. VINH MAU, Physics Letters I (1962) 25

56. - J.D. JACKSON et J.M. BLATT, Revs. Mod. Phys. 22 (1950) 77

57. - F.C. BARKER, Phys. Rev. 122 (1961) 572.

58. - D.B. ISABELLE et G.R. BISHOP, J. Phys. Radium 22 (1961) 548.

59. - H. TYREN et Th. A.J. MARIS, Nucl. Phys. 4 (1957) 637

60. - SUFFERT.

61. - N. VINH MAU, Thèse Paris (1962).

T A B L E D E S M A T I E R E S

Résumé ..... p. 1

Introduction ..... p. 3

PREMIERE PARTIE

Les Méthodes

Chapitre I : Le postulat du modèle en couches ..... p. 15

Chapitre II : La méthode des fonctions de Green..... p. 34

Chapitre III : L'approximation particule-trou généralisée..... p. 55

DEUXIEME PARTIE

Application à l'étude des spectres des noyaux à couches complètes

Chapitre IV : Formulation détaillée du problème ..... p. 77

Chapitre V : La force effective nucléon-nucléon dans le carbone 12 et l'oxygène 16..... p. 111

Chapitre VI : Les états du carbone 12 et de l'oxygène 16.p. 158

Chapitre VII : Les états impairs du calcium 40..... p. 176

Conclusion..... p. 199

Remerciements ..... p. 201

Références ..... p. 203